مسائل محلولة في الأستاتيكا من كتاب مريام

ترجمة الدكتور
عبداللطيف رشاد السامرائي

2015

حلول مسائل الفصل الأول

1−1 أوجد الزاوية التي يصنعها المتجه $V = -10i + 24j$ مع الاحداثي الموجب لـ(x) . أكتب وحدة المتجه (n) في اتجاه V.

الحل:

$$V = \sqrt{10^2 + 24^2} = 26$$

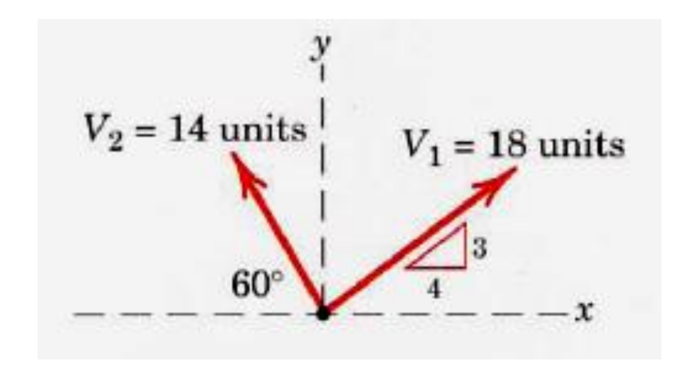
$$\cos\theta_x = \frac{-10}{26}$$

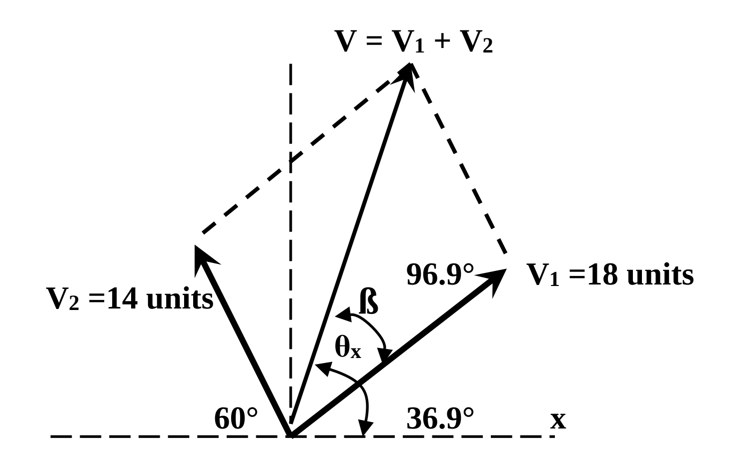
$$\therefore \theta_x = 112.6°$$

$$\underline{n} = \frac{\underline{V}}{V} = \frac{-10i + 24j}{26} = -0.385\,\underline{i} + 0.923\,\underline{j}$$

2−1 أوجد مقدار مجموع المتجهين $(V = V_1 + V_2)$ والزاوية (θ_x) التي يعملها (V) مع الاحداثي الموجب لـ(x) . أكمل كلا الحلين البياني والجبري.

الحل:





الحل:

بيانياً

$V = 24$ units , $\theta_x = 72°$

جبرياً

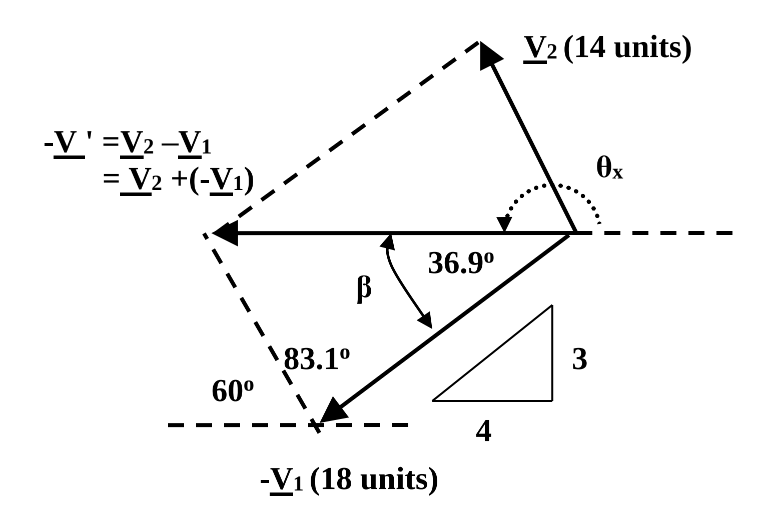
$$V^2 = 18^2 + 14^2 - 2(18)(14)\cos 96.9°$$
$$V = 24.1 \text{ units}$$
$$\frac{\sin\beta}{14} = \frac{\sin 96.9^{\circ}}{24.1} \Rightarrow \beta = 35.2^{\circ}$$
$$\theta_x = \beta + 36.9^{\circ} = 72.1^{\circ}$$

3−1 للمتجهين V_1 و V_2 المعطيين في المسألة 1−2 ، أوجد مقدار فرق المتجهين ($V' = V_2 - V_1$) والزاوية θ_x التي يعملها V' مع الأحداثي الموجب لـ(x) . حل بكلا الطريقتين البيانية والجبرية.

الحل:

بيانياً : $V' = 21$ units, $\theta_x = 176°$

جبرياً : $V'^2 = 18^2 + 14^2 - 2(18)(14)\cos 83.1°$



$$\frac{\sin\beta}{14} = \frac{\sin 83.1^\circ}{21.4} \Rightarrow \beta = 40.4^\circ$$

$$\theta_x + \beta = 217^\circ \;,\; \theta_x = 217^\circ - \beta = 217^\circ - 40.4^\circ = \underline{176.5^\circ}$$

4–1 قوة محددة بالمتجه (F = 80i – 40j + 60k) نيوتن. أحسب الزاوية التي تعملها هذه القوة (F) مع المحاور (z-y-x).

الحل:

$$F = \sqrt{80^2 + 40^2 + 60^2} = 107.7 \text{ lb}$$

$$\cos\theta_x = \frac{F_x}{F} = \frac{80}{107.7} = 0.743 \;, \Rightarrow \underline{\theta_x = 42^\circ}$$

$$\cos\theta_y = \frac{F_y}{F} = \frac{-40}{107.7} = -0.371 \;, \Rightarrow \underline{\theta_y = 111.8^\circ}$$

$$\cos\theta_z = \frac{F_z}{F} = \frac{60}{107.7} = 0.557 \;, \Rightarrow \underline{\theta_z = 56.1^\circ}$$

5–1 ما هو الوزن مقاساً بالنيوتن والرطل لعمود كتلته (75 kg) ؟

الحل:

$$W = mg = 75(9.81) = \underline{736\ N}$$

$$W = 736\left(\frac{1\,lb}{4.4482\ N}\right) = \underline{165.4\ lb}$$

6–1 احسب الوزن (W) من قانون الجاذبية (القوة الجاذبية الأرضية) لرجل كتلته (80 kg) راكب في طائرة يسافر في مدار دائري قطره (250 km) فوق سطح الأرض. عبر عن الوزن (W) بالنيوتن و الأرطال.

الحل:

$$F = W = \frac{G\,m_1\,m_2}{r^2}$$

$$G = 6.673(10^{-11})\ \ m^3/(kg.s^2)$$

$$m_1 = 80\ kg$$

$$m_2 = 5.976(10^{24})\ kg$$

$$r = (6371 + 250)(10^3)m$$

بتعويض هذه النتائج بالمعادلة الأولى نحصل على (W = 728 N)

7–1 أوجد الوزن مقاساً بالنيوتن لامرأة تزن 130 رطلاً. أوجد كذلك كتلتها بالـ(slugs) والكيلوجرامات. أوجد كتلتك بالنيوتن.

الحل:

$$W = (130\ lb)\left(\frac{4.4482}{lb}\right) = \underline{578\ N}$$

$$m = \frac{W}{g} = \frac{130}{32.2} = \underline{4.04\ slugs}$$

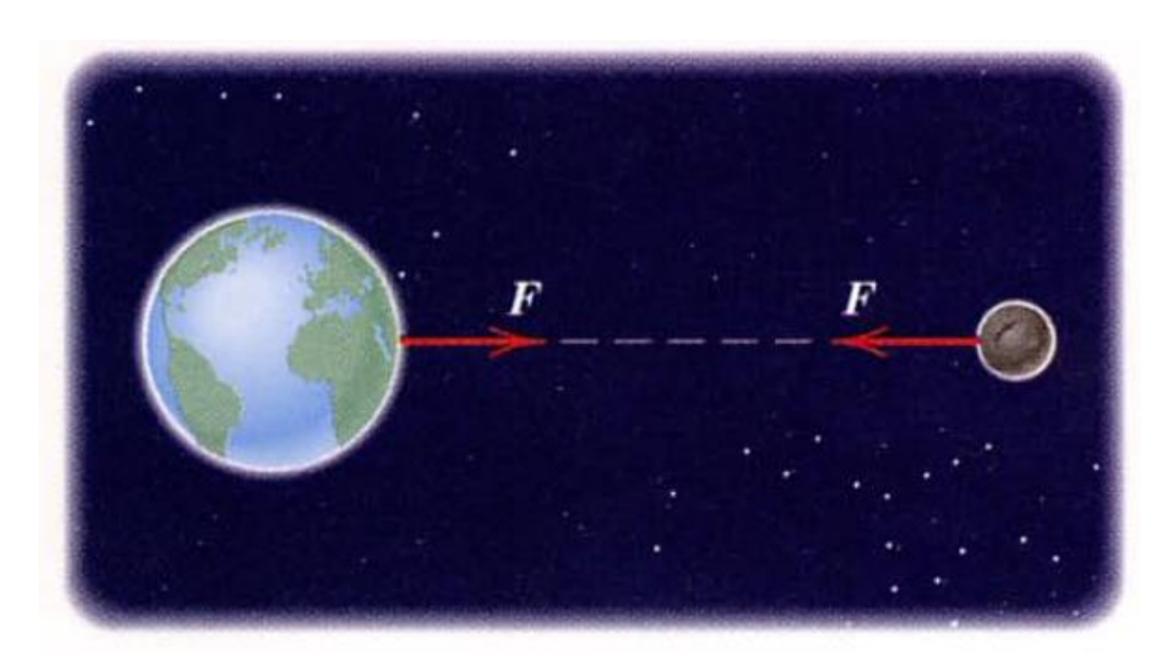
$$m = \frac{W}{g} = \frac{578}{9.81} = \underline{58.9\ kg}$$

8–1 أفرض ان كميتين لا اتجاهيتين معطيتين كما يلي (A = 8.69) و (B = 1.427) . باستخدام قوانين الأشكال المميزة في هذا الفصل، أوجد الكميات الأربع لـ(A + B) و (A – B) و (AB) و (A/B).

الحل:

$$A = 8.69 \ , \ B = 1.427$$
$$(A + B) = 8.69 + 1.427 = \underline{10.12}$$
$$(A - B) = 8.69 - 1.427 = \underline{7.26}$$
$$(AB) = (8.69)(1.427) = \underline{12.40}$$
$$(A / B) = (8.69)/(1.427) = \underline{6.09}$$

9–1 أحسب مقدار القوة (F) التي تؤثر بها الأرض على القمر. أحسب القوة بالنيوتن ثم بالأرطال. أستعن بالجدول (D/2) للحصول على معلومات عن الكميات الفيزيائية.



الحل:

$$F = \frac{G\, m_e\, m_m}{d^2} = \frac{6.67(10^{-11})(5.976 \times 10^{24})(1)(0.0123)}{(384398 \times 10^3)^2}$$
$$\Rightarrow \ F = \underline{1.984 \times 10^{20} \ N}$$
$$F = 1.984 \times 10^{20} \ N\left(\frac{1\,lb}{4.4482 \ N}\right) = \underline{4.46 \times 10^{19} \ lb}$$

10–1 ما هي النسبة المئوية للخطأ في استبدال جيب الزاوية (20°) بالقيمة الشعاعية للزاوية؟ أعد ذلك للمماس للزاوية (20°)، ثم وضح الاختلاف النوعي في النسبتين المئويتين للخطأ.

الحل:

$$20^{\circ}\left(\frac{\pi \text{ rad}}{180^{\circ}}\right)=0.3491 \text{ rad}$$

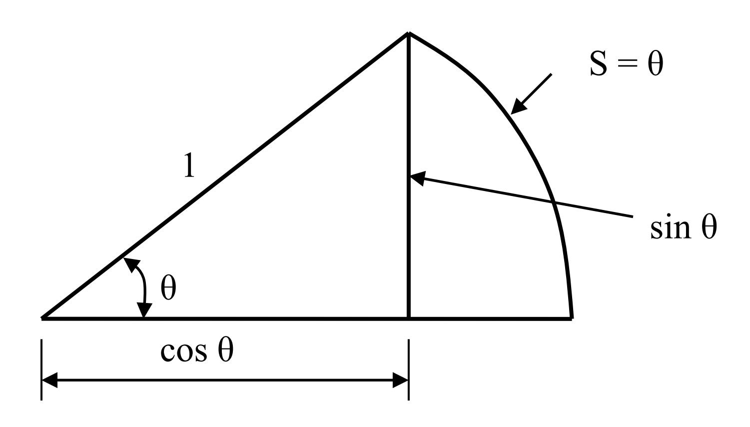
$$\sin 20^{\circ}=0.342$$

النسبة المئوية للخطأ $=\dfrac{0.3420-0.3491}{0.3420}\times 100\%=\underline{2.06\%}$

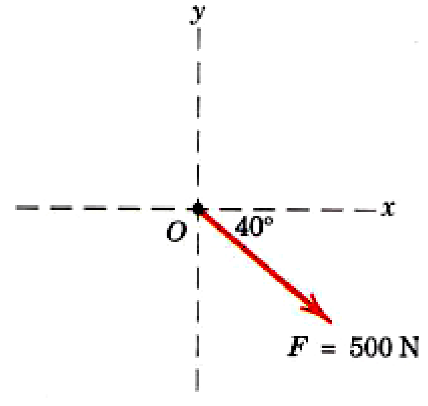
$$\tan 20^{\circ}=0.3640$$

النسبة المئوية للخطأ $=\dfrac{0.3640-0.3491}{0.3640}\times 100\%=\underline{4.09\%}$

التقريب $(\sin\theta \approx \theta)$ يتضمن تقريب طول القوس $(S=\theta)$ الذي هو الضلع القائم في المثلث.
التقريب $(\tan\theta \approx \theta)$ يتضمن، بالإضافة الى ذلك، التقريب الى (1) لضلع المثلث.



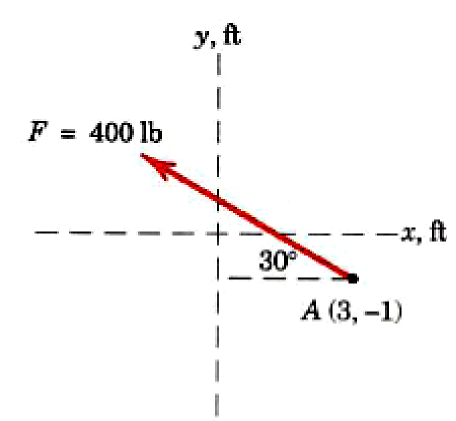
حلول مسائل الفصل الثاني



1-2 إذا كان مقدار القوة F هو (500 N). عبر عن القوة F بمتجه بدلالة وحدة المتجهات (k , j , i). حدد مركبتي القوة F في الاتجاهين (x) و (y).

الحل:

$$F_x = 500 \cos 40^\circ = \underline{383\ N}$$
$$F_y = -500 \sin 40^\circ = \underline{-321\ N}$$
$$\therefore \overline{F} = 383\ i - 321j\ \ N$$



2-2 إذا كان مقدار القوة F هو (400 lb) .عبر عن القوة F بمعادلة متجه وباستخدام وحدة المتجهات (j , i) . حدد كلا المركبتين للقوة F كمقدار عددي وكمقدار اتجاهي.

الحل:

$$\overline{F} = 400(-\cos 30^\circ i + \sin 30^\circ j)$$
$$= \underline{-346\ i + 200j\ \ lb}$$

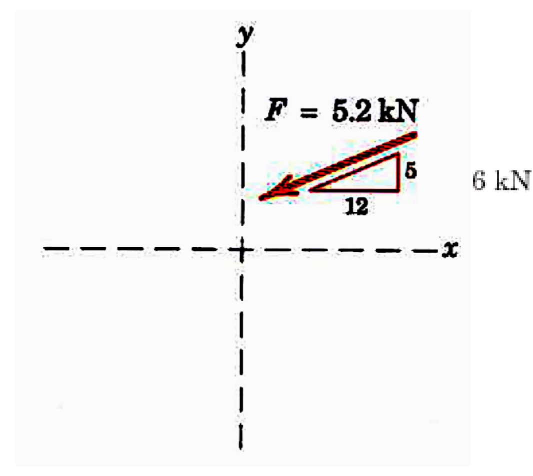
المركبة العددية $F_x = -346\ lb$

$F_y = \ \ 200\ lb$

المركبة الاتجاهية $\overline{F_x} = -346\ i\ lb$

$\overline{F_y} = 200\ j\ lb$

2–3 إذا كان ميل القوة F والتي قيمتها (2.5 kN) هو كما مبين في الشكل. عبر عن F كمتجه بدلالة وحدة المتجهات (j , i).

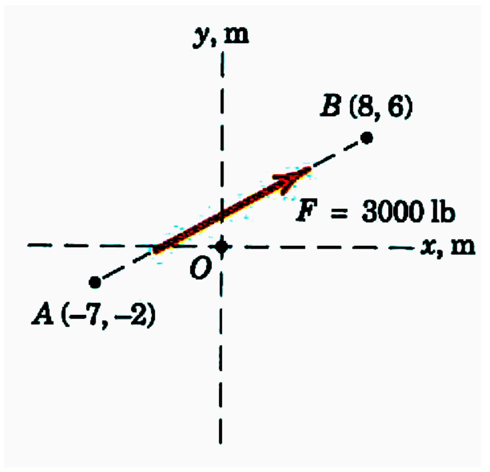




الحل:

$$\bar{F} = 5.2\left(\frac{-12}{13}i - \frac{5}{13}j\right)$$
$$= \underline{-4.8i - 2j \ \text{kN}}$$

2–4 إذا كان خط فعل القوة F التي قيمتها (3000 lb) يمر من خلال النقطتين A و B كما مبين في الشكل. أوجد المركبتين العدديتين x و y للقوة F.

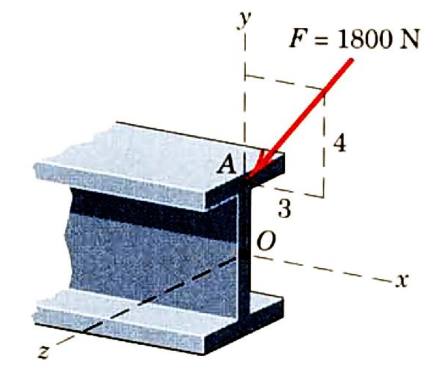


الحل:

$$\bar{F} = \overline{F_{n}}_{AB} = 3000\left[\frac{15i + 8j}{\sqrt{15^2 + 8^2}}\right]$$
$$= 2650i + 1412j \ \text{lb}$$

المركبة العددية $= F_x = 2650 \ \text{lb}$

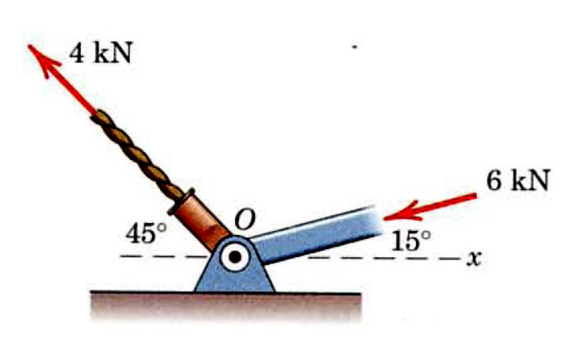
$F_y = 1412 \ \text{lb}$



2–5 القوة F التي قيمتها (1800 N) مسلطة على نهاية العمود ذو المقطع على شكل حرف I . عبر عن F بمتجه باستخدام وحدة المتجهات (j , i).

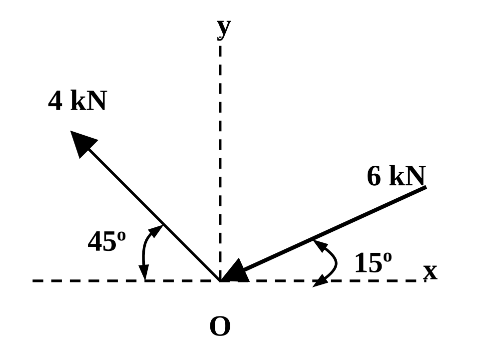
الحل:

$$\bar{F} = 1800\left(-\frac{3}{5}i - \frac{4}{5}j\right) = \underline{-1080\,i - 1400\,j\ \ N}$$



6–2 يتعرض أحد الجزءان الإنشائيان إلى قوتان احدهما شد والأخرى إلى انضغاط، ويؤثران على الوصلة O. أوجد قيمة المحصلة R للقوتين المؤثرتين والزاوية التي تصنعها R مع الاحداثي الموجب لـ(x).

الحل:



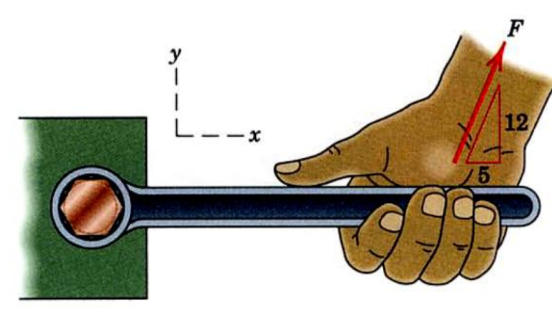
$$R_x = \sum F_x = -4\cos\ 45^{\circ} - 6\cos 15^{\circ} = -8.62\ kN$$

$$R_y = \sum F_y = 4\sin 45^{\circ} - 6\sin 15^{\circ} = 1.276\ kN$$

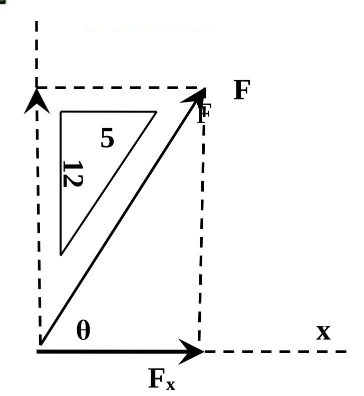
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \underline{8.72\ kN}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{R_y}{R_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1.276}{-8.62}\right) = \underline{171.6^{\circ}}$$

7–2 اذا كانت المركبة–y للقوة F لشخص يستخدم مفتاح الربط هي (70 lb) . أوجد المركبة–x وقيمة القوة F.



الحل:



$$\cos\theta = \frac{5}{13}\ ,\ \ \sin\theta = \frac{12}{13}$$

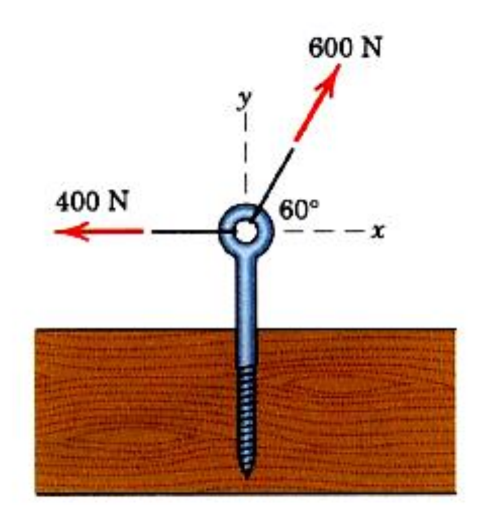
$$F_y = F\sin\theta = F\left(\frac{12}{13}\right) = 70$$

$$\therefore F = \underline{75.8\ lb}$$

$$F_x = F\cos\theta = 75.8\left(\frac{5}{13}\right)$$

$$= \underline{29.2\ lb}$$

8–2 أوجد المحصلة R للقوتين المبينتين باستخدام:
أ) قانون متوازي الأضلاع لاضافة المتجهات؛
ب) بطريقة الجمع العددي للمركبات.



الحل:

أ)

من قانون الجيب تمام:

$$R^2 = 600^2 + 400^2 - 2(600 \times 400)\cos 60^\circ$$

$$R = \underline{529\ N}$$

ومن قانون الجيب:

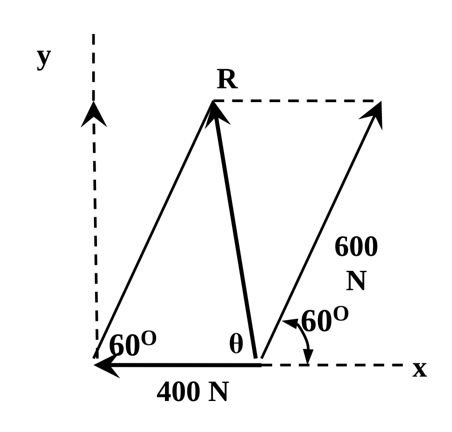
$$\frac{529}{\sin 60^\circ} = \frac{600}{\sin\theta}\ , \Rightarrow \theta = \underline{79.1^\circ}$$

ب)

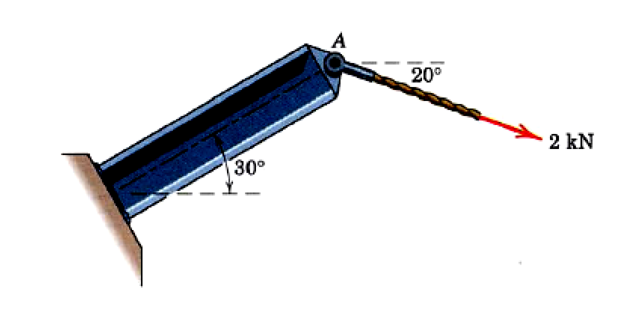
$$R_x = \sum F_x = 600\cos 60^\circ - 400 = -100\ N$$

$$R_y = \sum F_y = 600\sin 60^\circ + 0 = 520\ N$$

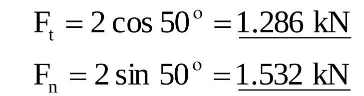
لذلك $\overline{R} = -100\ i + 520\ j\ N$



9–2 حتى نحقق متطلبات التصميم، من الضروري ان نجد تأثير قوة الشد التي مقدارها (2 kN) في الكابل على القص والشد والحناية للعمود ذو المقطع شكل I. لهذا الغرض تم استبدال هذه القوة بقوتين مكافئتين عند النقطة A أحداهما قوة موازية للعمود F_t والأخرى قوة عمودية على العمود F_n . أوجد قيمتي هاتين القوتين؟



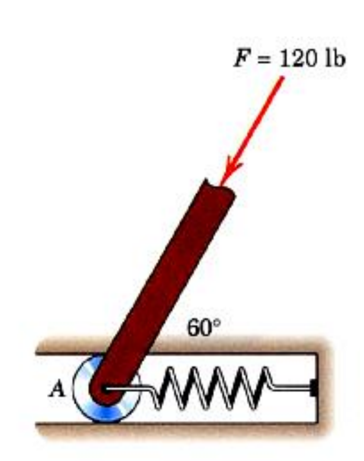
الحل:



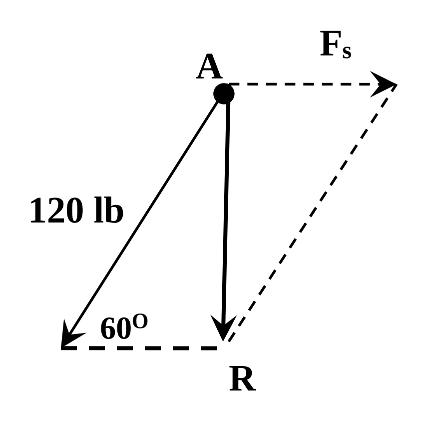
$F_t = 2\cos 50^\circ = \underline{1.286\ \text{kN}}$

$F_n = 2\sin 50^\circ = \underline{1.532\ \text{kN}}$

2−10 أوجد قيمة قوة الشد للنابض F_s حتى تكون محصلة القوتين F_s و F عمودية. أوجد قيمة R لهذه المحصلة العمودية.



الحل:

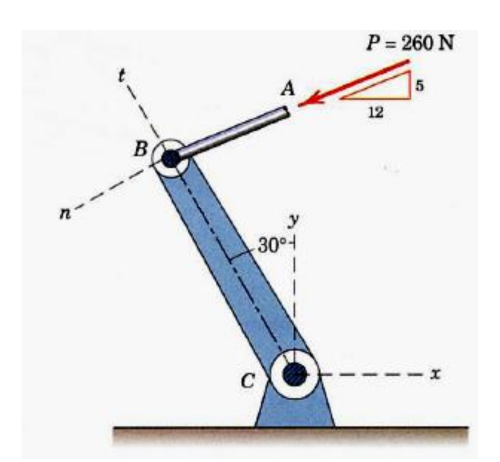


$$\cos 60^\circ = \frac{F_s}{120}$$

$$F_s = \underline{60\ \text{lb}}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{R}{120}$$

$$R = \underline{103.9\ \text{lb}}$$

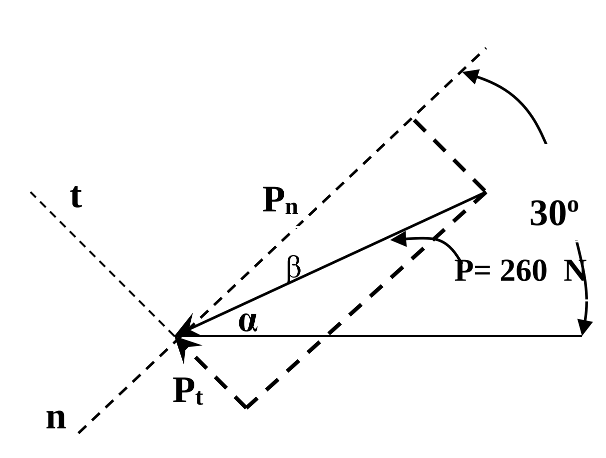


2–11 في تصميم المنظومة المبينة في الشكل، وجد ان العتلة AB تؤثر بقوة P مقدارها (260 N) على ذراع التوصيل BC . أوجد مركبات القوة P في الاحداثيين (x و y).

الحل:

$$P_x = -260\left(\frac{12}{13}\right) = \underline{-240\ \text{N}}$$

$$P_y = -260\left(\frac{5}{13}\right) = \underline{-100\ \text{N}}$$



2–12 للمنظومة المبينة في السؤال 2–11، أوجد القيمة العددية للمركبتين P_t و P_n للقوة P والتين هما المماسية والعمودية على التوالي، على ذراع التوصيل BC.

الحل:

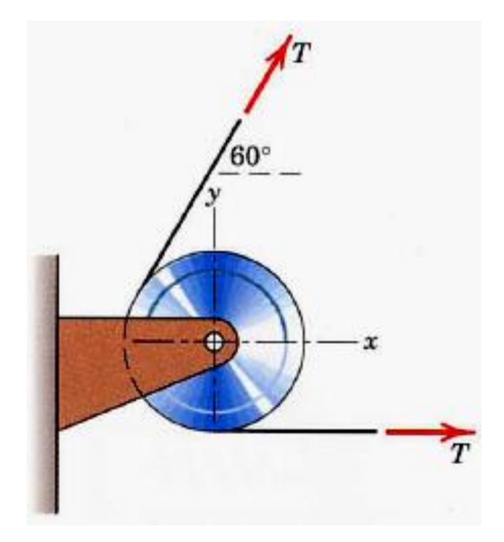
$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{5}{12}\right) = 22.6^\circ$$

$$\beta = 30 - \alpha = 30 - 22.6$$

$$= 7.38^\circ$$

$$P_n = P\cos\beta = 260\cos 7.38^\circ = \underline{258\ \text{N}}$$

$$P_t = P\sin\beta = 260\sin 7.38^\circ = \underline{33.4\ \text{N}}$$



2−13 اذا كانت قيمة قوتي الشد المتساويتين في الكابل والمؤثرتين على البكرة هي (400 N) ، عبر بمتجه عن المحصلة R لقوتي الشد، ثم أوجد قيمة R.

الحل:

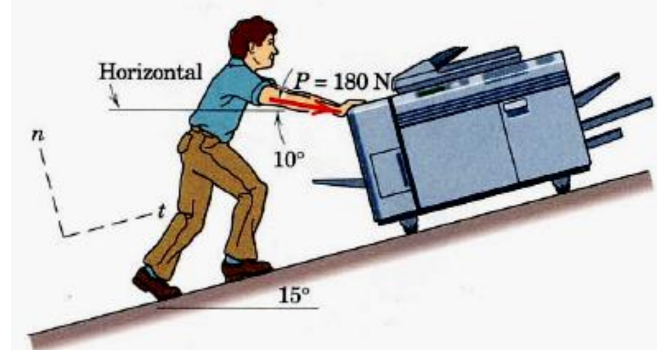
$$R_x = \sum F_x = 400 + 400 \cos 60^o = 600 \text{ N}$$

$$R_y = \sum F_y = 400 \sin 60^o = 346 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \overline{R} = \underline{600\ i + 346\ j \text{ N}}$$

$$R = \sqrt{600^2 + 346^2} = \underline{693 \text{ N}}$$

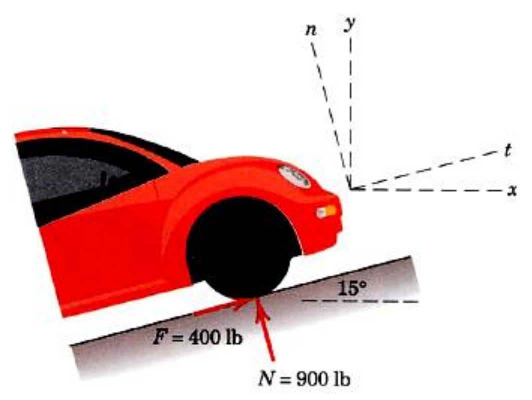
2−14 يدفع شخص آلة تصوير الى الأعلى فوق سطح مائل، وكانت قوة دفعه P تساوي (180 N) كما مبينة في الشكل. أوجد مركبتي القوة P الموازية والعمودية للسطح المائل.



الحل:

$$P_t = 180 \cos 25^o = \underline{163.1 \text{N}}$$

$$P_n = -180 \sin 25^o = \underline{-76.1 \text{ N}}$$



2–15 تؤثر القوتان وهما رد فعل القوة العمودية N وقوة الاحتكاك F على الإطار الأمامي للسيارة المبينة بالشكل.عبر عن محصلة القوتين R بدلالة وحدة المتجهات: أ) بدلالة (i و j) على طول الاحداثيين (x و y) و:ب) بدلالة e_t و e_n على طول المحاور (n و t).

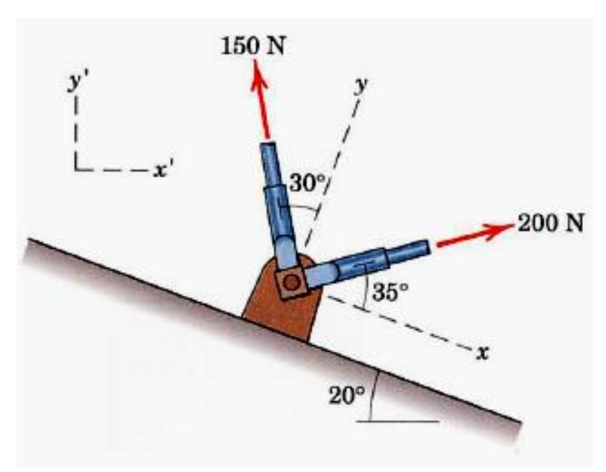
الحل:

أ)

$$\overline{R} = [400\cos 15^\circ - 900\sin 15^\circ]i + [400\sin 15^\circ + 900\cos 15^\circ]j$$
$$= \underline{153.4\,i + 973j \;\; lb}$$

ب)

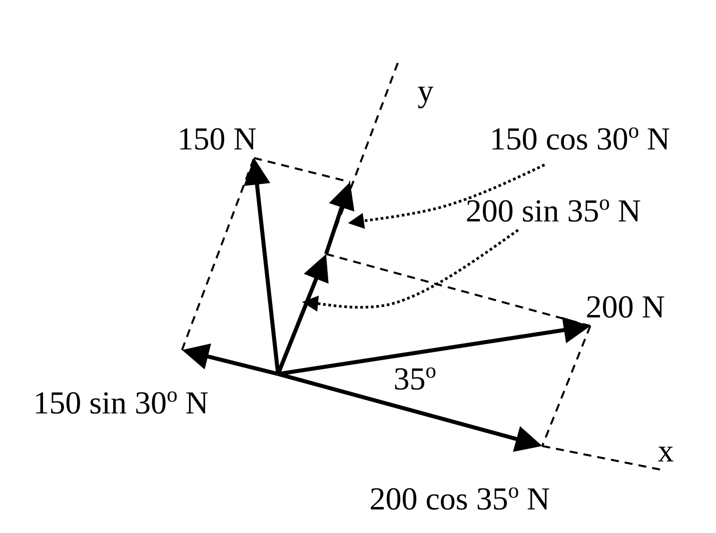
$$R = \underline{400\,e_t + 900\,e_n \;\; lb}$$



2–16 أوجد المحصلة R للقوتين المؤثرتين على المفصل. عبر عن R بدلالة وحدة المتجهات على طول الاحداثيين x و y كما مبينة في الشكل.

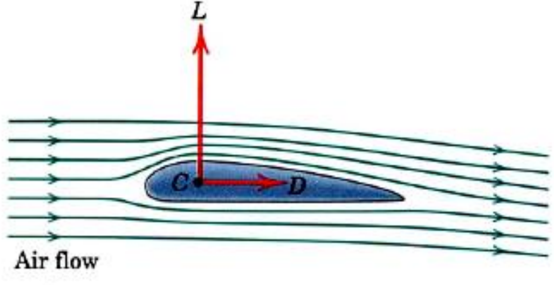
الحل:

باستخدام احداثيات الشكل للمسألة:



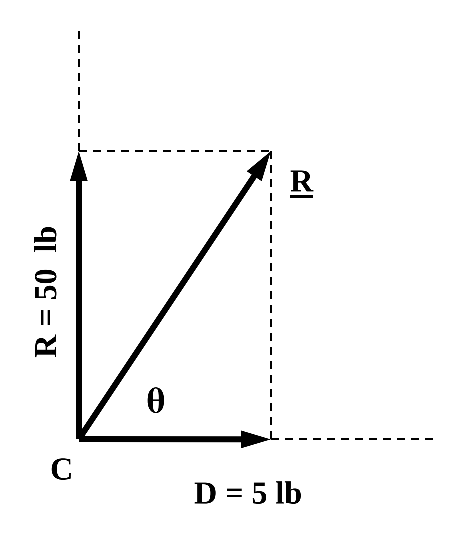
$$R_x = \sum F_x = 200\cos 35^\circ - 150\sin 30^\circ$$
$$= 88.8\ \text{N}$$
$$R_y = \sum F_y = 200\sin 35^\circ + 150\cos 30^\circ$$
$$= 245\ \text{N}$$
$$\therefore \overline{R} = \underline{\underline{88.8\,i + 245\ j\ \ N}}$$

17–2 إذا كانت النسبة بين قوة الرفع L وقوة السحب D هي (L/D=10) . إذا كانت قوة الرفع على مقطع سطح الانسياب هي (50 lb) ، أحسب مقدار القوة المحصلة R والزاوية θ التي تصنعها أفقياً.

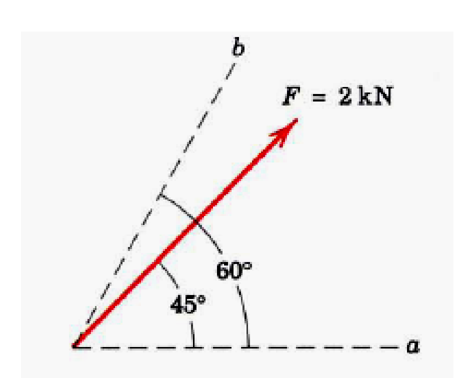


الحل:

$$\frac{L}{D} = \frac{50}{D} = 10\ ;\ \Rightarrow\ D = 5\ \text{lb}$$
$$R = \sqrt{L^2 + D^2} = \sqrt{50^2 + 5^2} = 50.2\ \text{lb}$$



$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{L}{D}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{50}{5}\right) = \underline{84.3^\circ}$$



2–18 أوجد مركبتي القوة F التي قيمتها (2 kN) على طول الاحداثيين a و b . أوجد مسقط القوة F على الاحداثيين a و b .

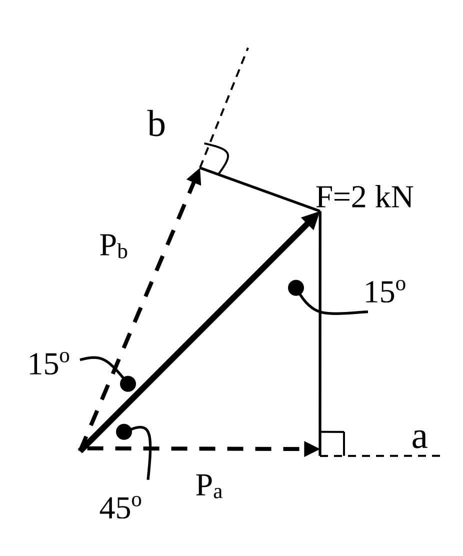
الحل:

المركبات:

b
F=2 kN
Fb
15°
120°
a
40°
Fa

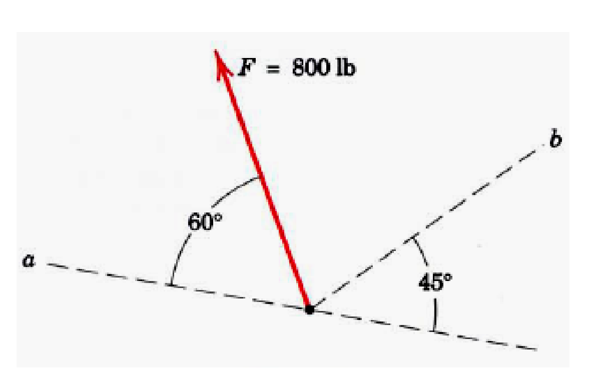
$$\frac{\sin 120^{\circ}}{2} = \frac{\sin 15^{\circ}}{F_a} \quad , \quad \Rightarrow F_a = \underline{0.598 \text{ kN}}$$

$$\frac{\sin 120^{\circ}}{2} = \frac{\sin 45^{\circ}}{F_b} \quad , \quad \Rightarrow F_b = \underline{1.633 \text{ kN}}$$



المساقط:

$$P_a = 2\cos 45^{\circ} = \underline{1.414 \text{ kN}}$$
$$P_b = 2\cos 15^{\circ} = \underline{1.932 \text{ kN}}$$



2–19 أوجد مركبتا القوة F التي مقدارها (800 lb) على طول الاحداثيين a و b . أوجد كذلك مسقط القوة F على الاحداثيين a و b .

الحل:

$$\frac{\sin 45^\circ}{800} = \frac{\sin 75^\circ}{F_a} = \frac{\sin 60^\circ}{F_b}$$

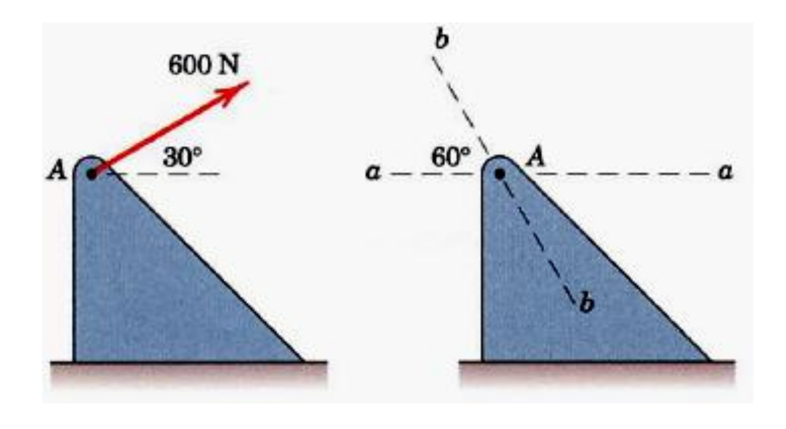
المركبات : $F_a = \underline{1093\ lb}$

$F_b = \underline{980\ lb}$

المساقط : $F_{P_a} = 800 \cos 60^\circ = \underline{400\ lb}$

$F_{P_b} = 800 \cos 75^\circ = \underline{207\ lb}$

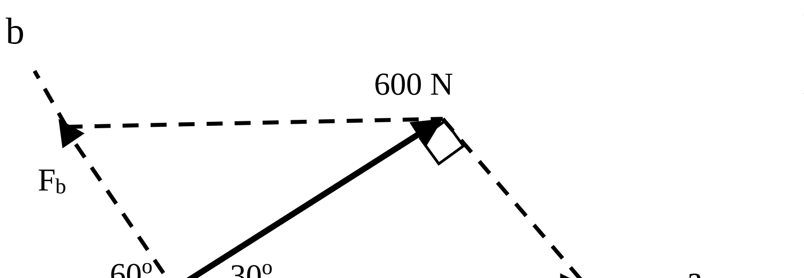
2–20 سلطت القوة (600 N) على العارضة عند النقطة A ويراد استبدالها بقوتين F_a في الاتجاه a و F_b في الاتجاه b واللتين سوية سيؤثران على العارضة بتأثير مماثل لتأثير القوة (600 N). أوجد القوتين F_a و F_b .



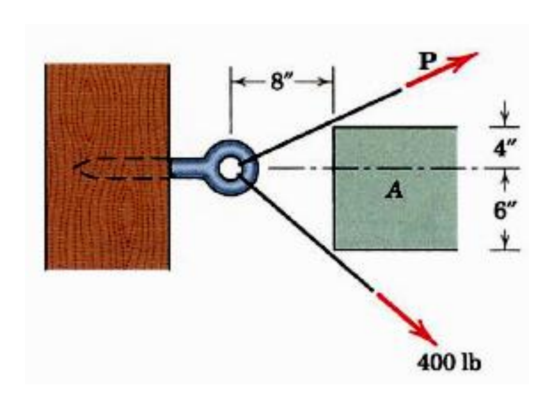
الحل:

$$F_a = \frac{600}{\cos 30^\circ} = \underline{693\ N}$$

$$F_b = 600\ \tan 30^\circ = \underline{346\ N}$$



2–21 يراد أزاله المسمار من المنصة الخشبية عن طريق تسليط قوة على طول المحور الأفقي. هنالك مصد A يعيق الممر المباشر، لذلك تم تسليط قوتين احدهما P والأخرى مقدارها (400 lb) سلطتا عن طريق كابلين كما مبين في الشكل. احسب مقدار القوة P اللازمة لضمان توجيه المحصلة T على طول المسمار. أوجد كذلك قيمة الشد T.



الحل:

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{4}{8}\right) = 26.57^\circ$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{6}{8}\right) = 36.87^\circ$$

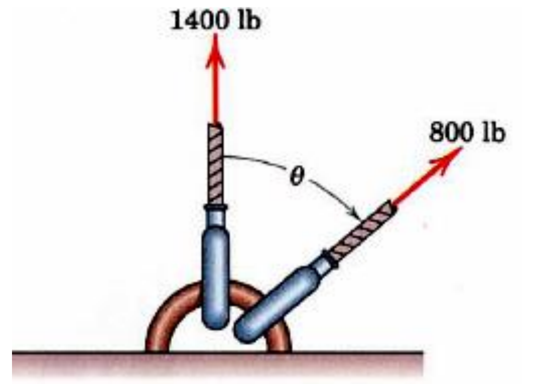
$$\beta = 180 - (\alpha + \theta) = 116.57^\circ$$

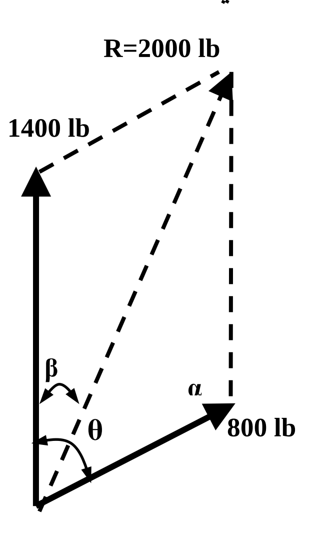
$$\frac{P}{\sin 36.87^\circ} = \frac{400}{\sin 26.57^\circ}$$

$$P = 400\left(\frac{0.6}{0.4472}\right) = \underline{537\ \ lb}$$

$$\frac{T}{\sin 116.56^o}=\frac{400}{\sin 26.57^o} \quad , \quad \Rightarrow T=400\left(\frac{0.8944}{0.4472}\right)=\underline{800\ lb}$$

2–22 ما هي الزاوية θ التي يجب على القوة التي مقدارها (800 lb) ان تسلط بحيث تصبح قيمة محصلة القوتين R هي (2000 lb)؟ لهذه الشرط، أوجد الزاوية β بين R والاتجاه العمودي.





الحل:

من قانون الجيب تمام $2000^2=1400^2+800^2-2(1400\times 800)\cos\alpha$

مع: $\alpha=180-\theta \quad \& \quad \cos(180-\theta)=-\cos\theta$:

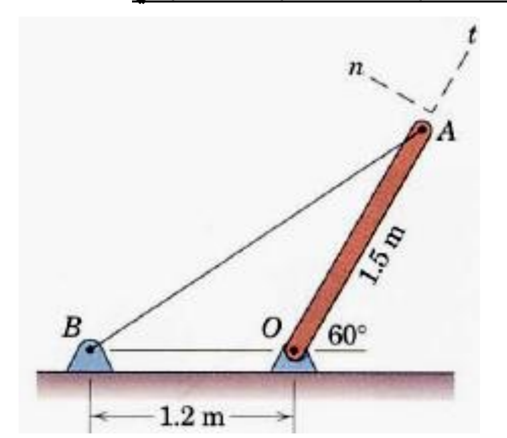
$$2000^2=1400^2+800^2+2(1400\times 800)\cos\theta$$

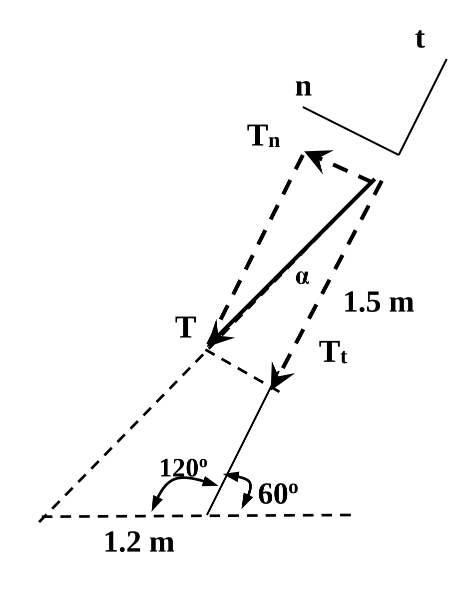
$$\therefore \theta=\underline{51.3^o}$$

من قانون الجيب $\frac{800}{\sin\beta}=\frac{2000}{\sin(180^o-51.3^o)} \quad \Rightarrow \quad \beta=\underline{18.19^o}$

2–23 يعمل السلك AB على منع دوران الذراع OA باتجاه عقارب الساعة حول النقطة O. اذا كانت قوة الشد في السلك هي (750 N) ، أوجد المركبتين n و t لهذه القوة واللتين تؤثران على النقطة A للذراع.

الحل:





$$\overline{AB}^2 = 1.2^2 + 1.5^2 - 2(1.2 \times 1.5)\cos 120^\circ$$

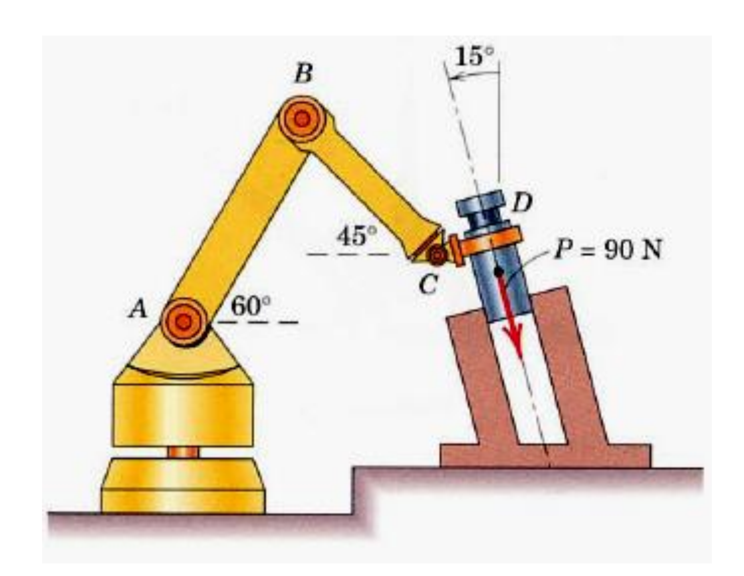
$$\therefore \overline{AB} = 2.34 \text{ m}$$

$$\frac{\sin\alpha}{1.2} = \frac{\sin 120^\circ}{2.34}, \quad \Rightarrow \alpha = 26.3^\circ$$

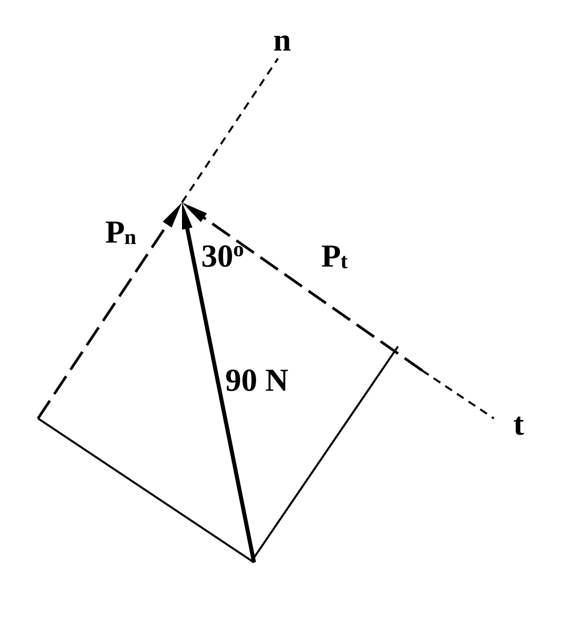
$$T_n = T\sin\alpha = 750 \sin 26.3^\circ = \underline{333 \text{ N}}$$

$$T_t = -T\cos\alpha = -750\cos 26.3^\circ = -672 \text{ N}$$

2–24 في تصميم الإنسان الآلي (الروبوت) لإدخال جزء من اسطوانة صغيرة داخل التجويف الدائري المقطع، يجب ان تسلط ذراع الروبوت قوة P مقدارها (90 N) على الجزء الموازي لمحور التجويف المبين في الشكل. أوجد مركبات القوى التي تؤثر على الروبوت باتجاه المحاور؛ أ) الموازية والعمودية على ذراع التوصيل AB؛ ب) الموازية والعمودية على الذراع BC.



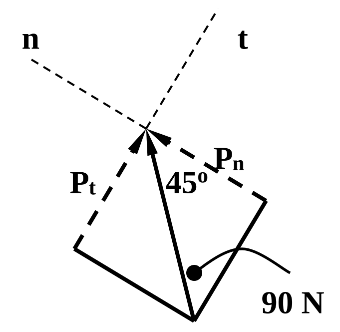
الحل:



BC

$P_t = -90 \cos 30^\circ = \underline{-77.9 \text{ N}}$

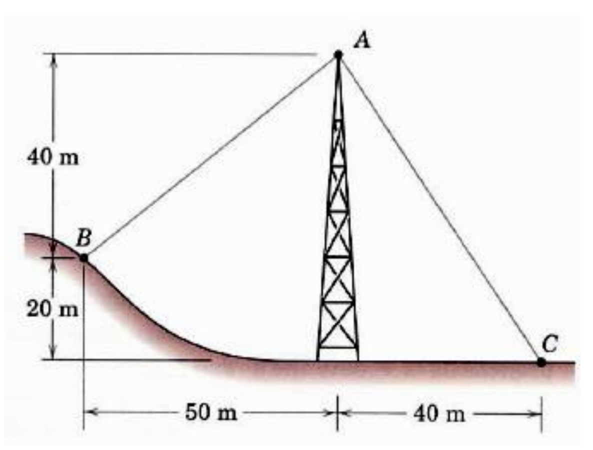
$P_n = 90 \sin 30^\circ = \underline{45 \text{ N}}$



AB

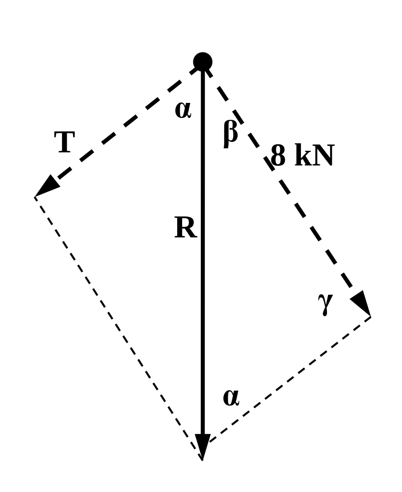
$P_t = 90 \sin 45^\circ = \underline{63.6 \text{ N}}$

$P_n = 90 \cos 45^\circ = \underline{63.6 \text{ N}}$



2–25 أسلاك الإسناد AB و AC متصلة بقمة برج الاتصالات. فإذا كانت قوة الشد في السلك AC هي (8 kN) . أوجد الشد المطلوب T في السلك AB بحيث تكون محصلة قوتي الشد في السلكين باتجاه الأسفل من النقطة A.

الحل:



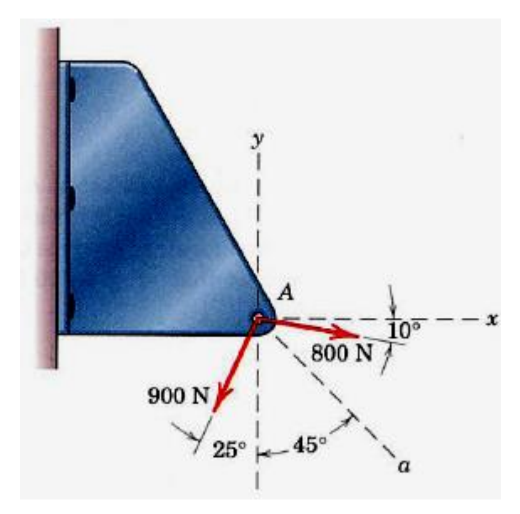
$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{50}{40}\right) = 51.3^{o}$$

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{40}{60}\right) = 33.7^{o}$$

$$\gamma = 180 - \alpha - \beta = 95^{o}$$

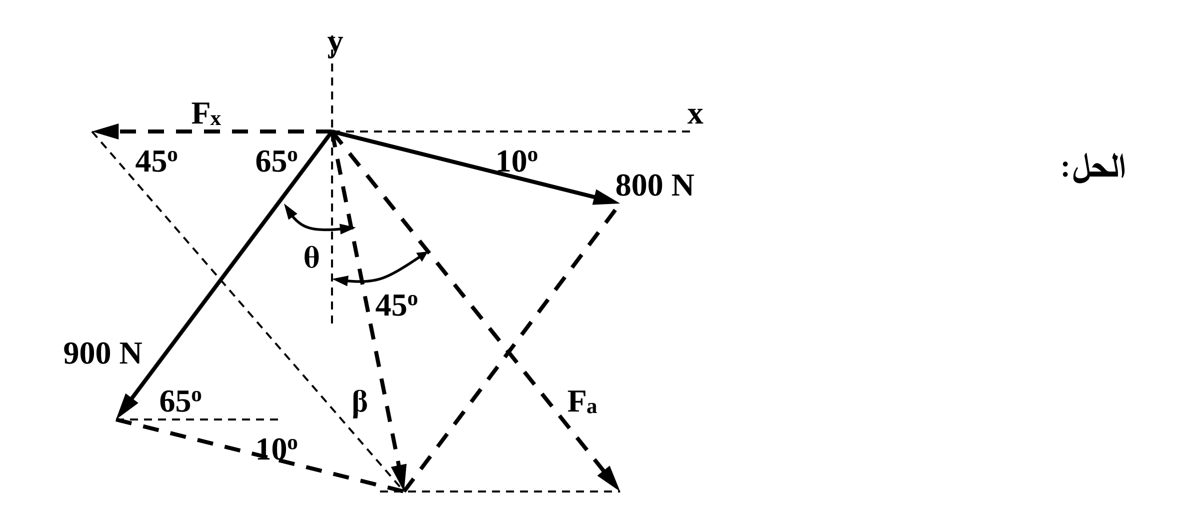
$$\frac{\sin\beta}{T} = \frac{\sin\alpha}{8} \quad , \quad \Rightarrow T = \underline{5.68 \text{ kN}}$$

$$\frac{\sin\gamma}{R} = \frac{\sin\alpha}{8} \quad , \quad \Rightarrow R = \underline{10.21 \text{ kN}}$$



2–26 تتعرض لوحة التقوية إلى قوتين كما مبينة في الشكل، F_x باتجاه x و F_a باتجاه a. أوجد قيمتي القوتين F_x و F_a . حل بالطريقة الهندسية أو البيانية.

الحل:



من قانون الجيب تمام $R = \sqrt{900^2 + 800^2 - 2(900 \times 800)\cos 75^\circ}$

$\Rightarrow R = 1038 \text{ N}$

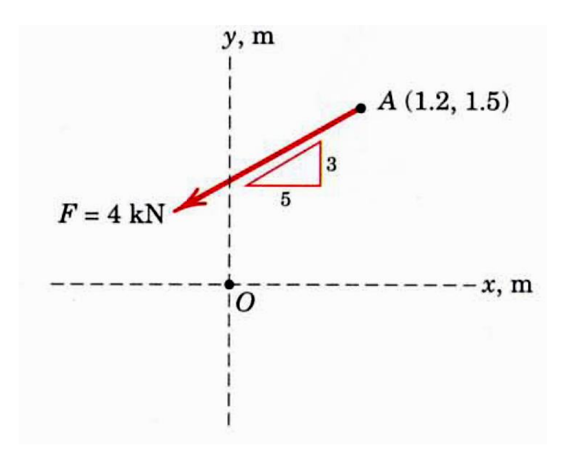
من قانون الجيب $\dfrac{1038}{\sin 75^\circ} = \dfrac{800}{\sin\theta}$, $\Rightarrow \theta = 48.1^\circ$

$\beta = 180^\circ - 45^\circ - (65^\circ - 48.1^\circ) = 21.9^\circ$

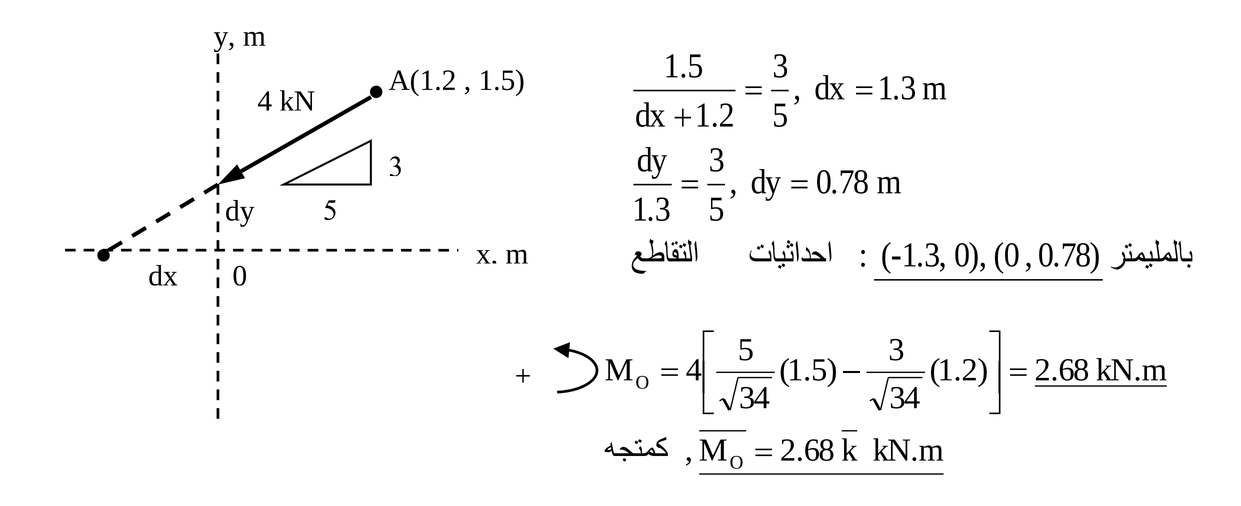
$\dfrac{1038}{\sin 45^\circ} = \dfrac{F_x}{\sin 21.9^\circ}$, $\Rightarrow F_x = \underline{547 \text{ N}}$

$\dfrac{F_a}{\sin(65^\circ + 48^\circ)} = \dfrac{1038}{\sin 45^\circ}$, $\Rightarrow F_a = \underline{1350 \text{ N}}$

2–27 تسلط القوة F التي مقدارها 4 kN على النقطة A. أحسب عزم القوة F حول النقطة O، معبراً عنه بالقيمة العددية (Scalar) والاتجاه (Vector Quantity). أوجد إحداثيات النقاط بالنسبة للمحورين x و y والتي سيكون فيها عزم القوة F صفراً؟



الحل:



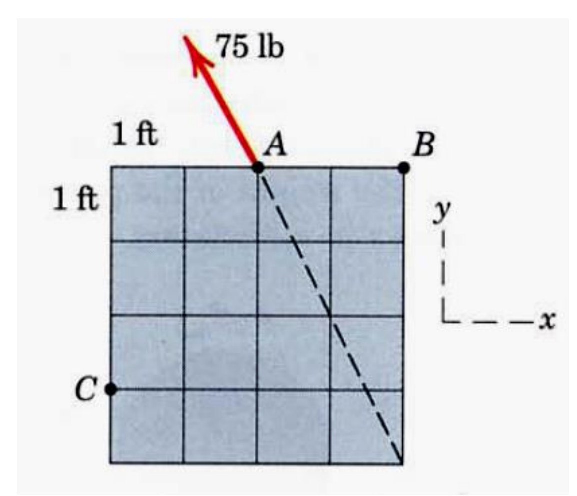
$$\frac{1.5}{dx+1.2}=\frac{3}{5},\ dx=1.3\ m$$

$$\frac{dy}{1.3}=\frac{3}{5},\ dy=0.78\ m$$

بالمليمتر (0.78 , 0) ,(0 ,1.3-) : احداثيات التقاطع

$$+\circlearrowleft M_O=4\left[\frac{5}{\sqrt{34}}(1.5)-\frac{3}{\sqrt{34}}(1.2)\right]=\underline{2.68\ kN.m}$$

$$\overline{M_O}=2.68\,\bar{k}\ \ kN.m$$ كمتجه



2–28 الصفيحة المستطيلة مصنوعة من مربعات طول ضلع كل منها 1 ft كما مبينة في الشكل. سلطت القوة 75 lb عند النقطة A في الاتجاه المبين. أوجد عزم هذه القوة حول النقطتين B و C.

الحل:

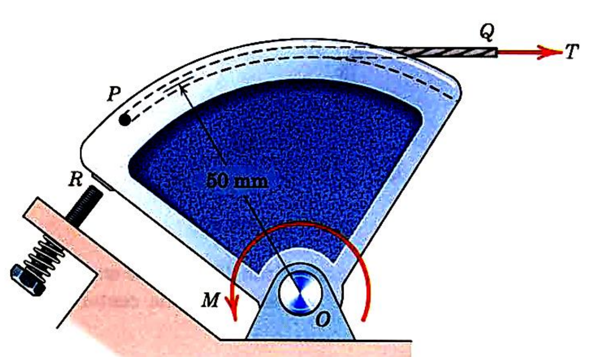
$$+\circlearrowright\ M_B=75\left[\frac{4}{\sqrt{20}}(2)\right]$$

$=134.2\ lb\text{-}ft$ باتجاه عقارب الساعة

$$+\circlearrowleft\ M_C=75\left[\frac{4}{\sqrt{20}}(2)+\frac{2}{\sqrt{20}}(3)\right]$$

$=\underline{235\ lb\text{-}ft}$ عكس عقارب الساعة

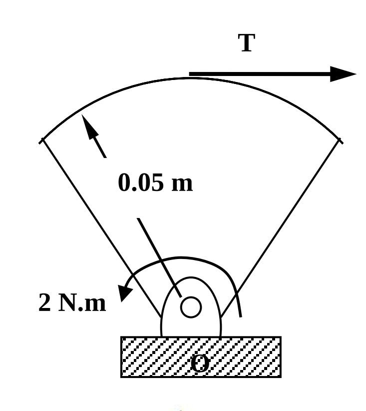
2−29 يتمحور قطاع تحكم لصمام الخنق بحرية عند النقطة O. فاذا سلط نابض التوائي داخلي عزم ارجاع M مقداره 2 N.m على القطاع عند الوضع المبين، أوجد لأغراض التصميم الشد الضروري في سلك القطاع T بحيث يكون العزم الكلي حول O صفراً. لاحظ انه عندما يكون T يساوي صفراً، فأن القطاع سيستند على لولب التعديل عند النقطة R.



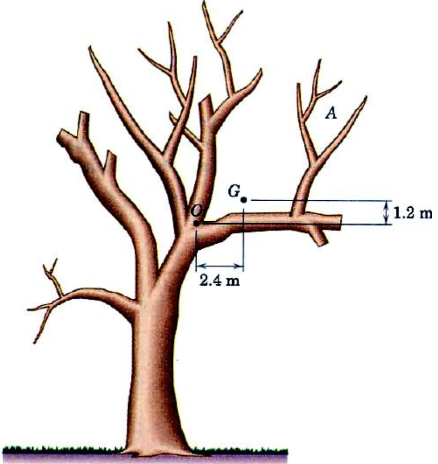
الحل:

$$+\circlearrowleft \quad \sum M_O = 2 - T(0.05) = 0$$

$$\therefore T = \underline{40\ N}$$



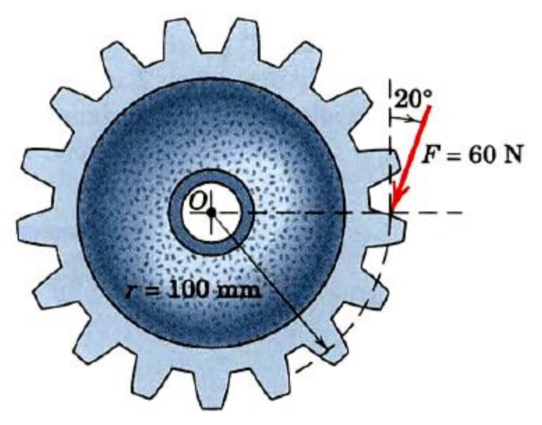
2−30 الكتلة الكلية للغصن OA هي 180 kg ومركز ثقله عند النقطة G. أوجد عزم وزن هذا الغصن حول النقطة O.



الحل:

$$+\circlearrowright \qquad M_O = 180(9.81)(2.4) = \underline{4240\ N.m}$$

31–2 إذا سلطت القوة F التي مقدارها 40 N على الترس، فأوجد عزم هذه القوة حول النقطة O.

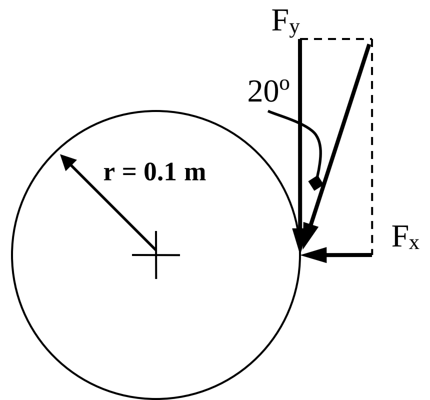


الحل:

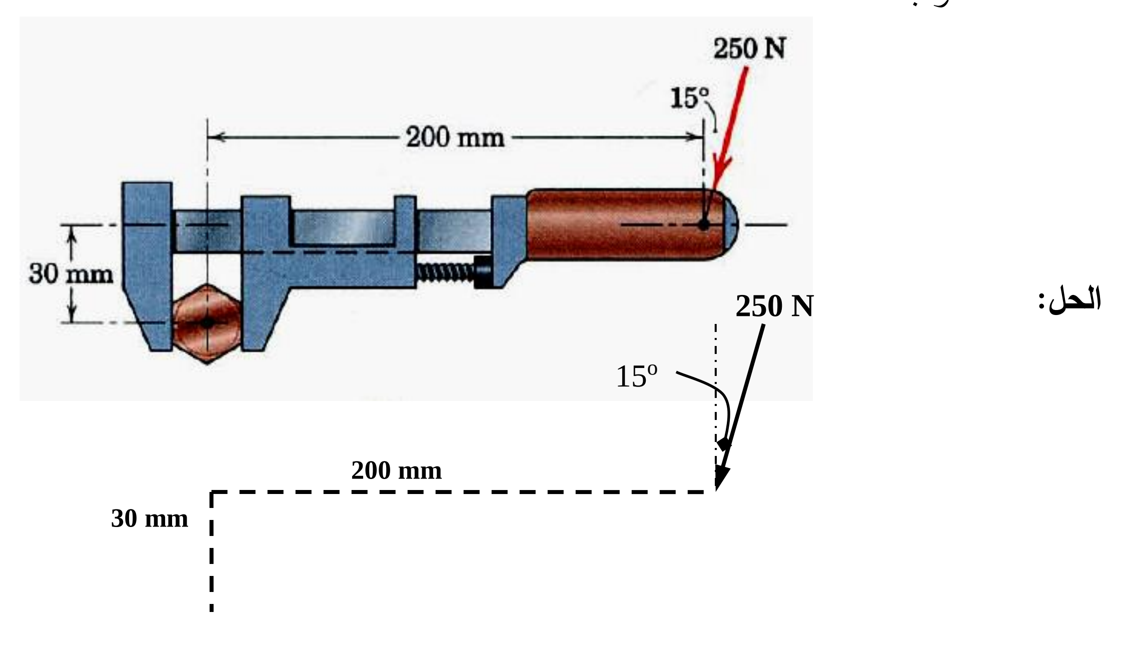
$$+\circlearrowright \; M_O = F_y . r$$

$$= 60 \cos 20^o (0.1)$$

$$= \underline{5.64 \text{ N.m}}$$



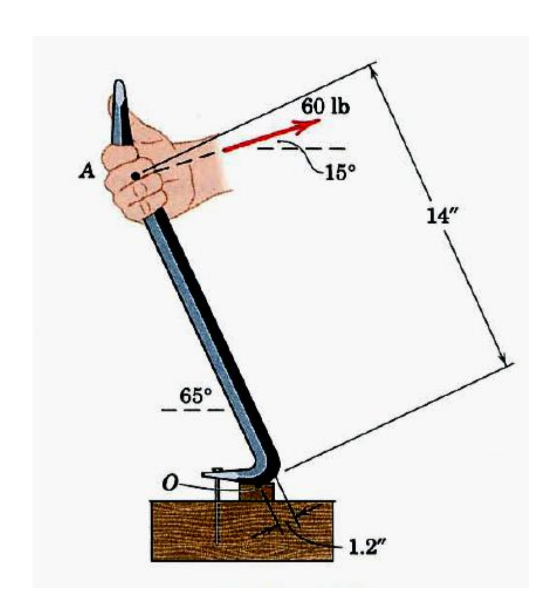
32–2 أوجد عزم الحناية للقوة 250 N المسلطة على ذراع المفتاح حول مركز المسمار الملولب.

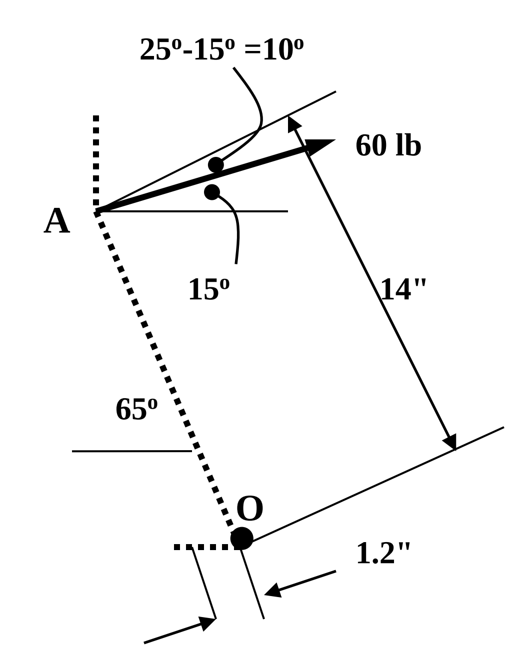


الحل:

$$+\circlearrowright \quad M_o = 250\cos 15^o(0.2) - 250\sin 15^o(0.03)$$
$$= 48.3 - 1.941 = \underline{46.4\ \text{N.m}}$$

2–33 تستخدم العتلة المبينة في الشكل لخلع المسمار. أوجد عزم القوة 60 lb حول نقطة التماس O بين العتلة وقطعة الإسناد الصغيرة.



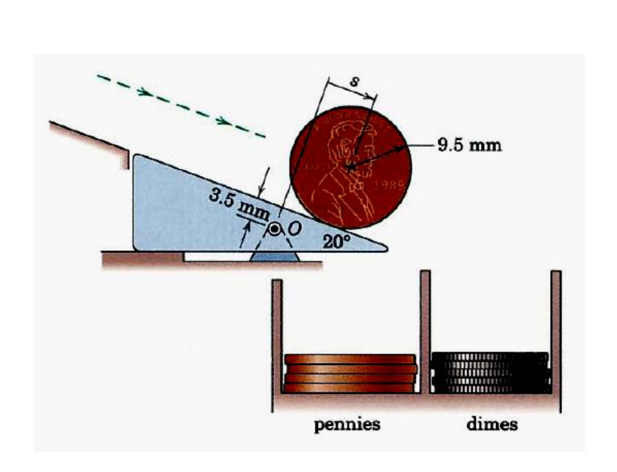


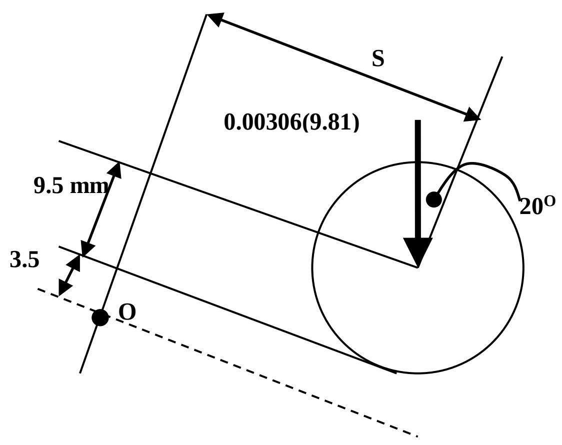
الحل:

$$+\circlearrowright \quad M_o = (60\cos 10^o)(14) + (60\sin 10^o)(1.2) = 840\ \text{lb.ft}$$
أو $M_o = \underline{70.0\ \text{lb.ft}}$ باتجاه عقارب الساعة

2–34 جزء من منظومة ميكانيكية لفصل البنسات عن الدايمات عن طريق التدحرج الى أسفل منحدر يميل بزاوية 20º ، الجزء الأخير من المنظومة هو عبارة عن مثلث يتحرك حول محور أفقي يمر بالنقطة O . الدايمات أخف وزناً (وزن الدايم الواحد 2.28 g) لذلك يبقى الجزء المثلث الشكل ثابت وتتدحرج الدايمات إلى المكان المخصص لها. أما البنسات فهي ثقيلة بما فيه الكفاية (وزن البنس الواحد 3.06 g) لتدور الجزء

المثلث حول O باتجاه عقارب الساعة لذلك سيسقط البنس في المكان المخصص له.
أوجد العزم حول O لوزن البنس بدلالة المسافة المائلة S بالمليمتر.

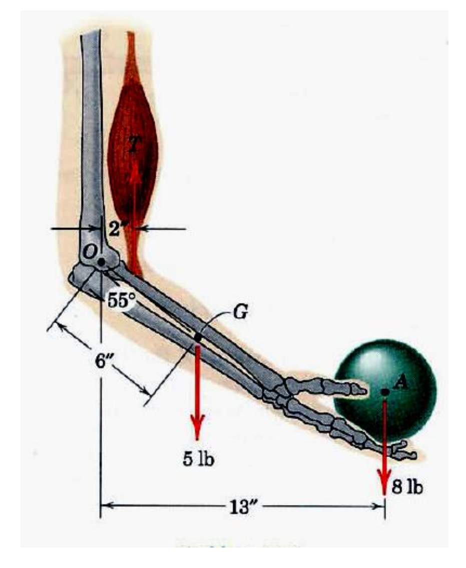




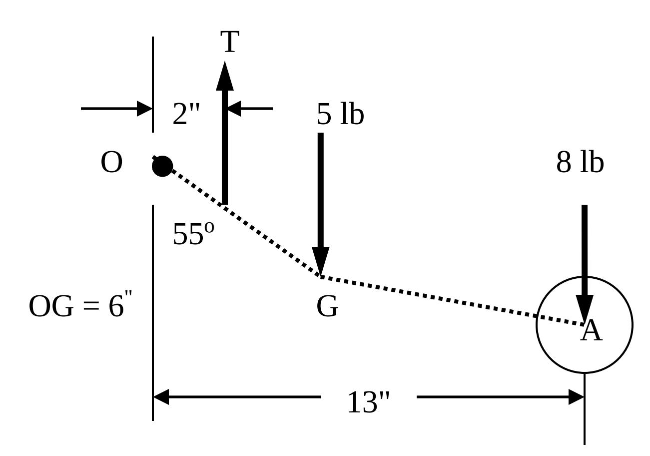
الحل:

$$\overset{+}{\curvearrowright}\quad M_O = 0.00306\,(9.81)\left[S\cos 20^\circ + (9.5+3.5)\sin 20^\circ\right]$$
$$= 0.133S + 0.02825 \ \text{N.mm (S in mm)}$$

2–35 عناصر الذراع الأسفل مبينة في الشكل. اذا كان وزن الساعد 5 lb و مركز الثقل عند النقطة G.أوجد العزم المركب حول مفصل الكوع عند O لوزن الساعد والكرة. ما هي مقدار قوة الشد T اللازمة حتى يكون العزم الكلي حول النقطة O يساوي صفراً؟



الحل:



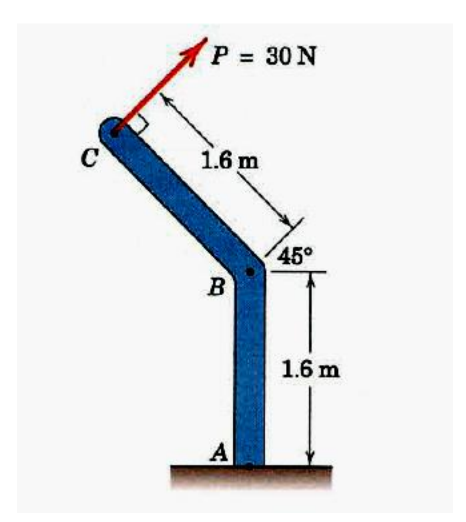
العزم المركب حول O للقوة 5 lb والوزن 8 lb هو:

$$\circlearrowright + \; M_o = 5(6\sin 55^o) + 8(13)$$

$$= \underline{128.6\ \text{lb - in}}$$ بأتجاه عقارب الساعة

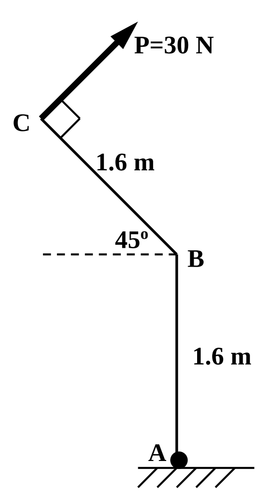
$$\circlearrowright + \; \sum M_o = 0: \quad \therefore T(2) + 128.6 = 0$$

$$\therefore T = \underline{64.3\ \text{lb}}$$



36–2 سلطت القوة P التي مقدارها 30 N عمودياً على الجزء BC للعمود المحني. أوجد عزم القوة P حول النقطة B وحول النقطة A.

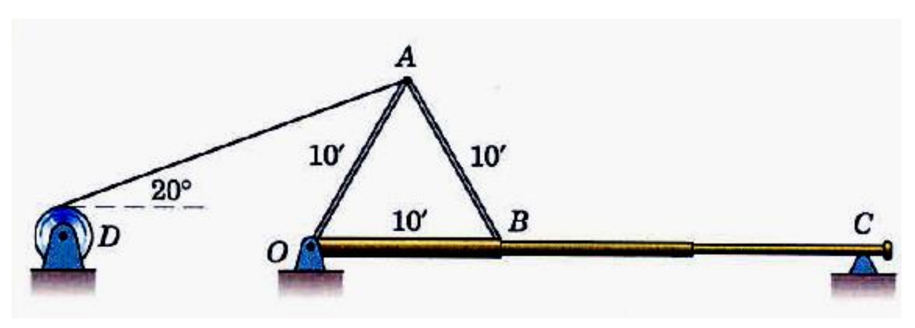
الحل:

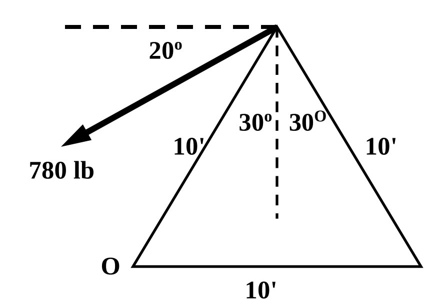


$$\circlearrowright + \; M_B = 30(1.6) = 48\ \text{N.m}$$

$$\circlearrowright + \; M_A = 30\cos 45^O(1.6 + 1.6\sin 45^O) + 30\sin 45^O(1.6\cos 45^O) = \underline{81.9\ \text{N.m}}$$

2–37 من أجل رفع العارضة OC، يثبت الهيكل OAB على العمود وتسلط قوة شد مقدارها 780 lb عن طريق سلك الرافعة D. أحسب العزم M_o لهذا الشد حول النقطة المفصلية O.

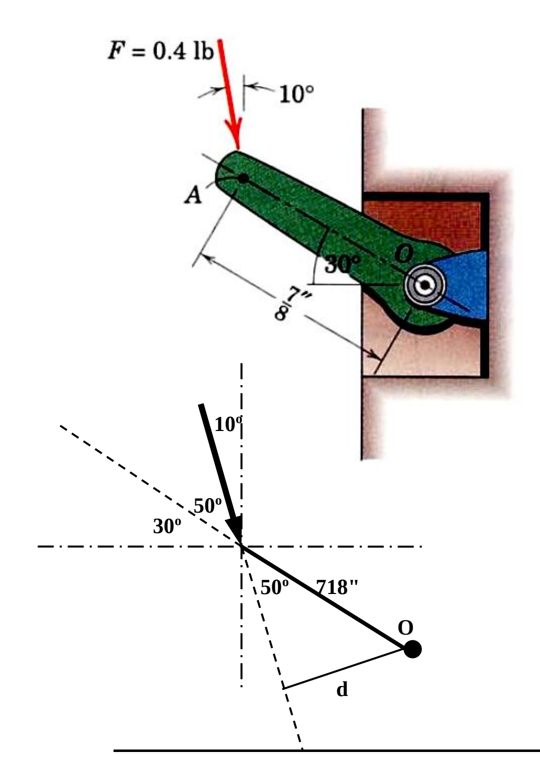




الحل:

$$\circlearrowright + \; M_o = 780\cos 20^\circ(10\cos 30^\circ) - 780\sin 20^\circ(5) = \underline{5010\ \text{lb-ft}}$$

2–38 أحسب عزم القوة F التي مقدارها 0.4 lb حول المفصل O لمسمار مفتاح الحائط.



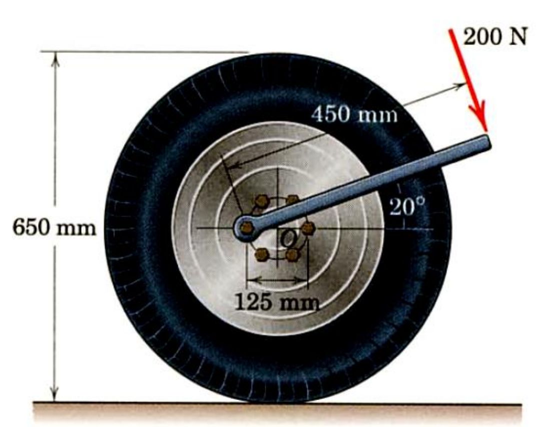
الحل:

$$\circlearrowleft + \; M_o = Fd$$

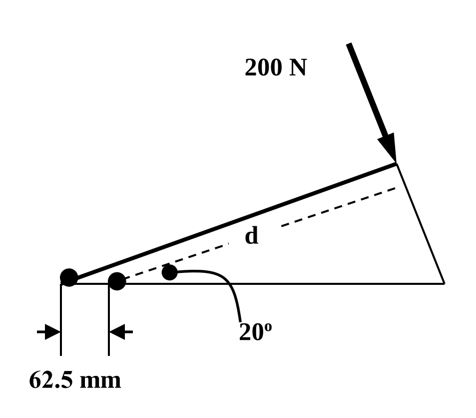
$$= 0.4\left(\frac{7}{8}\sin 50^\circ\right)$$

$$= \underline{0.268\ \text{lb-in}}$$

2–39 سلطت قوة مقدارها 200 N على نهاية مفتاح الربط لولب الفلنجة الذي يمسك العجلة بالمحور. أوجد العزم M الذي سينتج عن هذه القوة حول المركز O للعجلة لموضع مفتاح الربط المبين في الشكل.

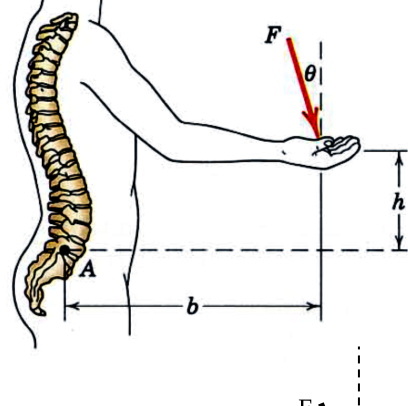


الحل:



$$d = 450 - 62.5\cos 20^{\circ}$$
$$= \underline{391\ \text{mm}}$$
$$\curvearrowright + \quad M = Fd = 200(0.391) = \underline{78.3\ \text{N.m}}$$

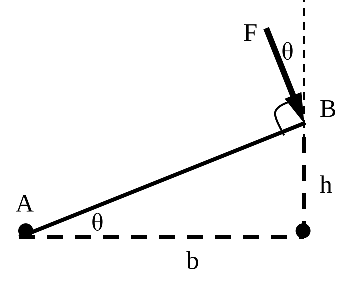
2–40 الفقرة القطنية السفلى A من العمود الفقري هي الجزء الأكثر تأثراً من العمود الفقري عند سوء استخدام والتعرض الى مقاومة العمود للحناية المفرطة الناتجة عن عزم القوة F حول النقطة A. للقيم المعطاة لـF و b و h ، أوجد الزاوية θ التي ستؤدي إلى انفعال الحناية الأقصى.

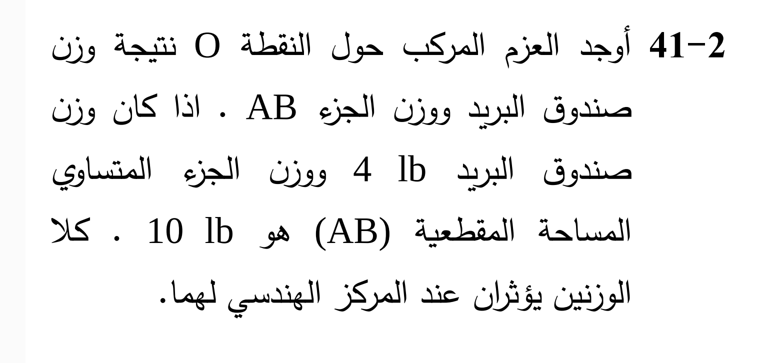


الحل:

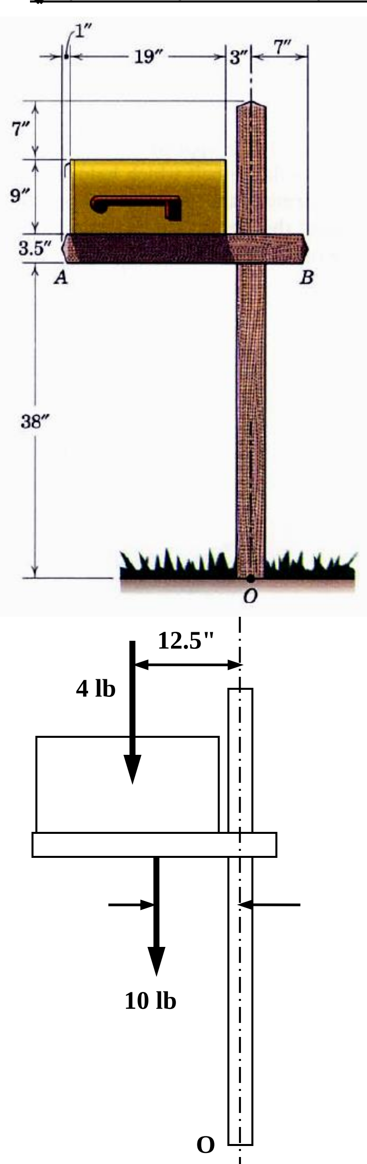
يكون العزم M_A في قيمته القصوى عندما تكون F عمودية على AB، لذلك:

$$\underline{\theta = \tan^{-1}(h/b)}$$





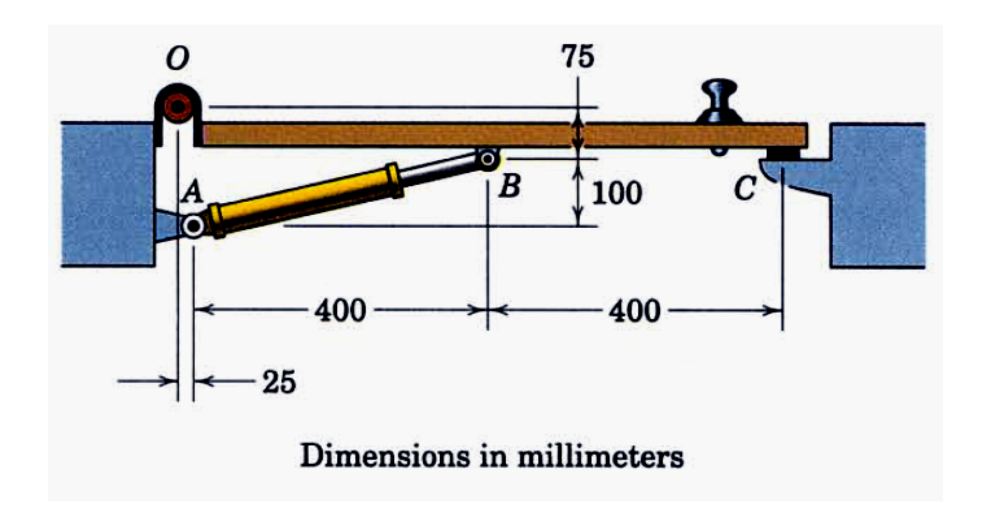
2−41 أوجد العزم المركب حول النقطة O نتيجة وزن صندوق البريد ووزن الجزء AB . اذا كان وزن صندوق البريد 4 lb ووزن الجزء المتساوي المساحة المقطعية (AB) هو 10 lb . كلا الوزنين يؤثران عند المركز الهندسي لهما.

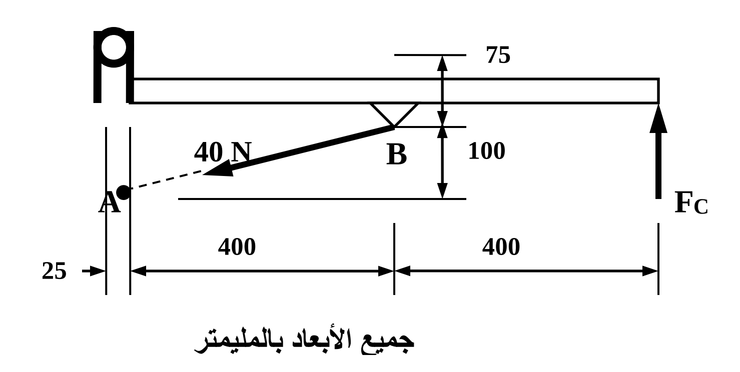


الحل:

$$+\circlearrowleft \; M_o = 4\,(12.5) + 10(8)$$
$$= \underline{130 \text{ lb - in}}$$

2−42 اذا كانت القوة المؤثرة بواسطة الرافعة الهيدروليكية AB على الباب هي 40 N وتؤثر على طول الخط AB ، وهذه القوة تحاول الحفاظ على اغلاق الباب. أحسب عزم هذه القوة حول المفصلة (الرزة) O . ما هو مقدار القوة F_C العمودية على مستوي الباب التي يجب ان تسلط عند النقطة C في الباب بحيث يكون مجموع العزمين للقوتين حول O يساوي صفراً.





جميع الأبعاد بالمليمتر

الحل:

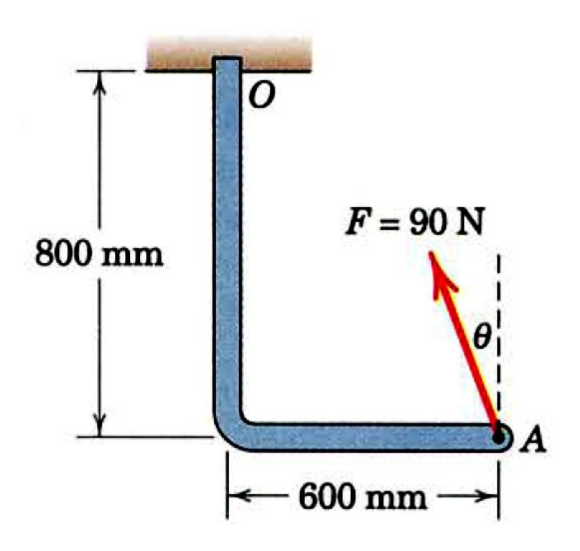
$$AB = \sqrt{400^2 + 100^2} = 412 \text{ mm}$$

$$+\circlearrowright \quad M_o = \left(\frac{400}{412} \times 40\right)(75) + \left(\frac{100}{412} \times 40\right)(425)$$

$$= 7030 \text{ N.mm or } \underline{7.03 \text{ N.m}}$$

$$+\circlearrowright \quad \sum M_o = 0 : -F_C(825) + 7030 = 0$$

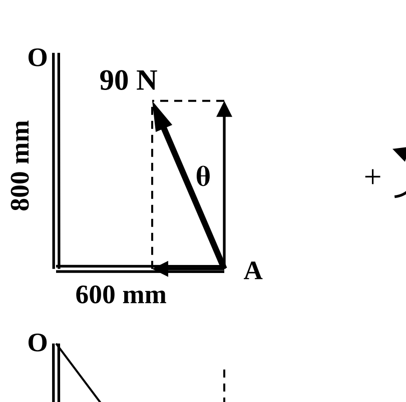
$$F_C = \underline{8.53 \text{ N}}$$



2–43 أ) أوجد عزم القوة 90 N حول النقطة O للحالة التي تكون فيها (θ = 15°) . أوجد كذلك قيمة الزاوية θ والتي فيها يكون العزم حول O :(ب) صفراً ؛ (ج) أقصى ما يمكن.

الحل:

أ)



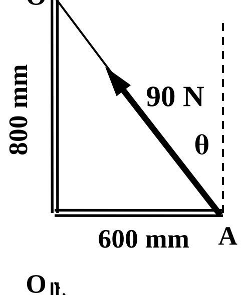
+ ↺

$$\theta = 15^{o}$$

$$M_{o} = 90\cos 15^{o}(0.6) - 90\sin 15^{o}(0.8)$$

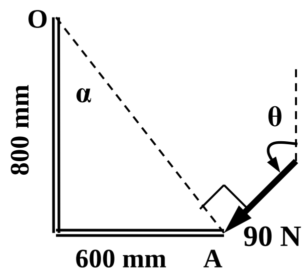
$$= \underline{33.5\ \text{N.m}}$$

ب)



$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{600}{800}\right) = \underline{36.9^{o} \quad \text{أو} \; 217^{o}}$$

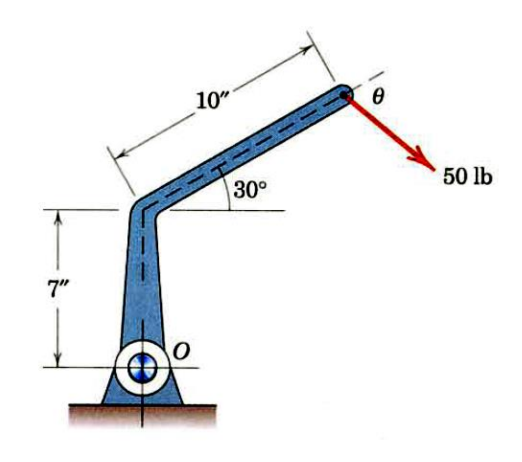
ج)



F سيكون عمودي على OA لذلك:

$$\theta = 90^{o} + \alpha \;\; : \;\; \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{600}{800}\right) = 36.9^{o}$$

لذلك $\theta = \underline{126.9^{o} \quad \text{أو} \; 307\ 307^{o}}$



2–44 أوجد الزاوية θ التي ستعطي أكبر قيمة للعزم M_O الذي سينتج عن القوة 50 lb حول محور العمود عند O. كذلك أحسب M_O.

الحل:

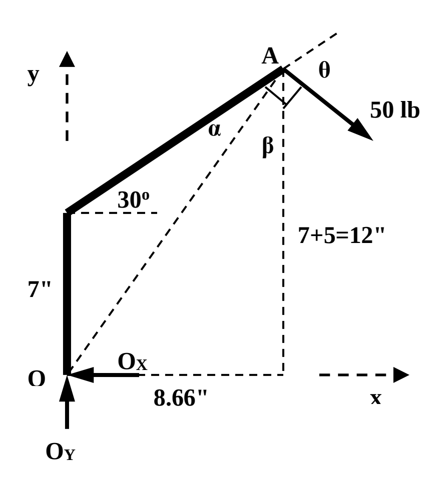
$$\overline{AO} = \sqrt{12^2 + 8.66^2} = 14.8 \text{ in}$$

$$\frac{7}{\sin\alpha} = \frac{14.8}{\sin 120^\circ} \quad , \quad \therefore \sin\alpha = \frac{7}{14.8} \times 0.866 = 0.410$$

$$\Rightarrow \alpha = 24.18^\circ$$

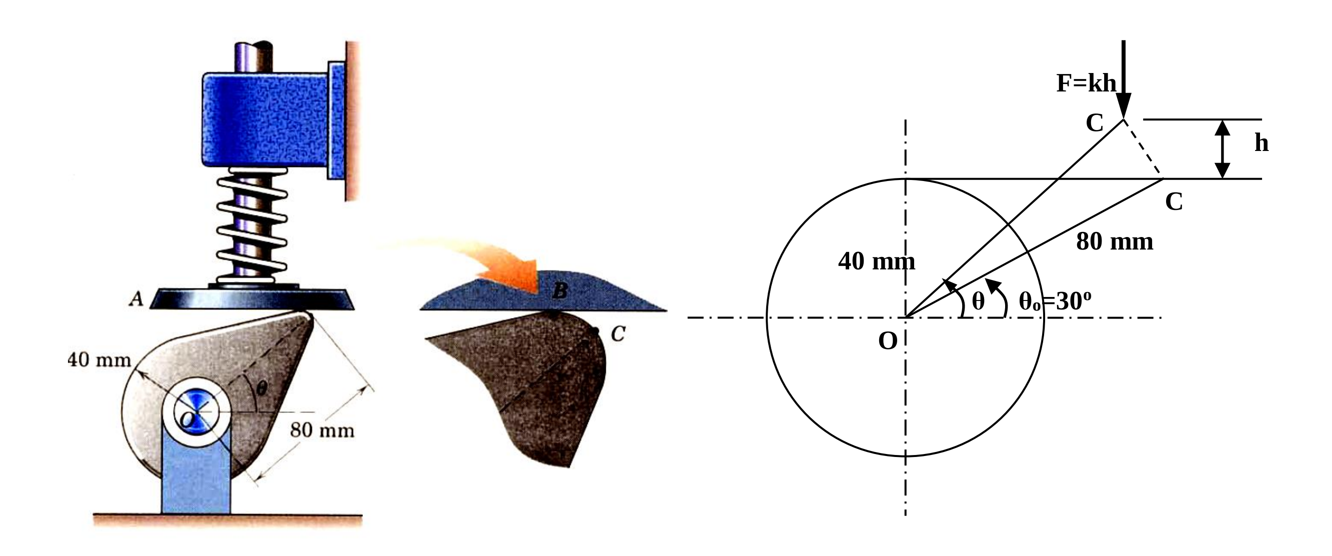
$$\theta = 180 - (24.18 + 90) = \underline{65.8^\circ}$$

$$+\circlearrowright \quad M_o = 50(14.8) = \underline{740 \text{ lb-in}}$$



2–45 يؤثر النابض على التابع A ويحمله ضد القطاع الدائري للحدبة حتى يرفع الجزء البارز من الحدبة الصمام. اذا كانت القوة اللازمة لرفع الصمام متناسبة طردياً مع الحركة العمودية h المقاسة من الموقع الأدنى. أوجد لأغراض التصميم الزاوية θ التي فيها يكون عزم قوة التماس على الحدبة حول المحمل O بقيمته القصوى. في الجزء الموضح والمكبر للتماس، أهمل المسافة الصغيرة بين نقطة التماس الحقيقية B و النهاية C للحدبة.

الحل:



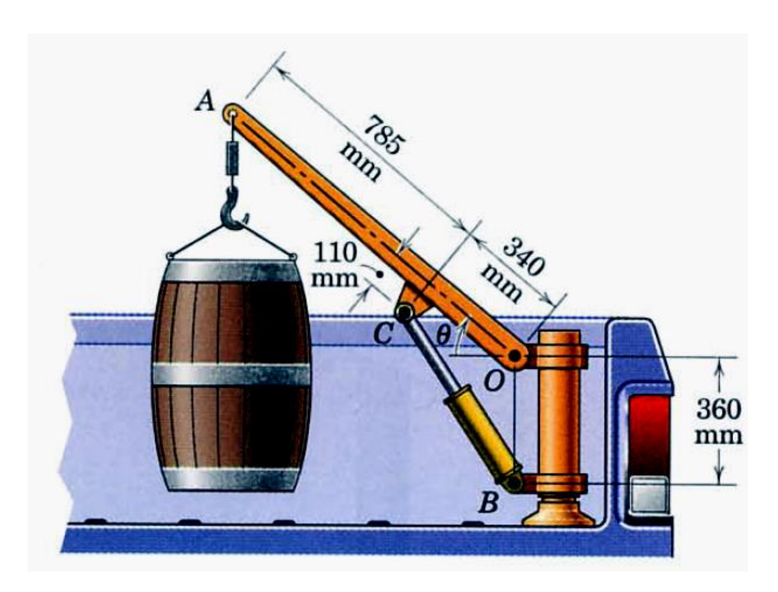
$$M_o = F(80\cos\theta) = kh(80\cos\theta)$$
$$= k(80\sin\theta - 40)(80\cos\theta)$$
$$= 3200k(2\sin\theta\cos\theta) = 3200k(\sin 2\theta - \cos\theta)$$

الأقصى العزم M_o, $\frac{dM_o}{d\theta} = 0$:

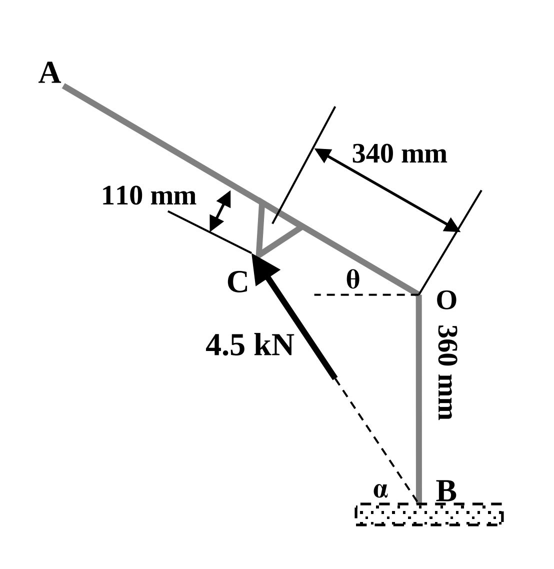
$$3200k(2\cos 2\theta + \sin\theta) = 0$$
$$\Rightarrow 2(1 - 2\sin^2\theta) + \sin\theta = 0$$
$$4\sin^2\theta - \sin\theta - 2 = 0$$
$$\sin\theta = \frac{1 \pm \sqrt{1+32}}{8} = 0.843 \quad \text{أو} \ -0.593$$
$$\theta = 57.5^\circ$$

أو 36.4 من طرف مسكن مِنْ الحدبةِ

2–46 ثبتت الرافعة الصغيرة على الجانب لتحمل الأغراض الثقيلة. عندما تكون الزاوية θ تساوي 40^o ، فان القوة في الأسطوانة الهيدروليكية BC ستكون 4.5 kN ، وهذه القوة ستسلط عند النقطة C بالاتجاه من B الى C (الأسطوانة في حالة انضغاط). أوجد عزم هذه القوة (4.5 kN) حول النقطة المفصلية O.



الحل:



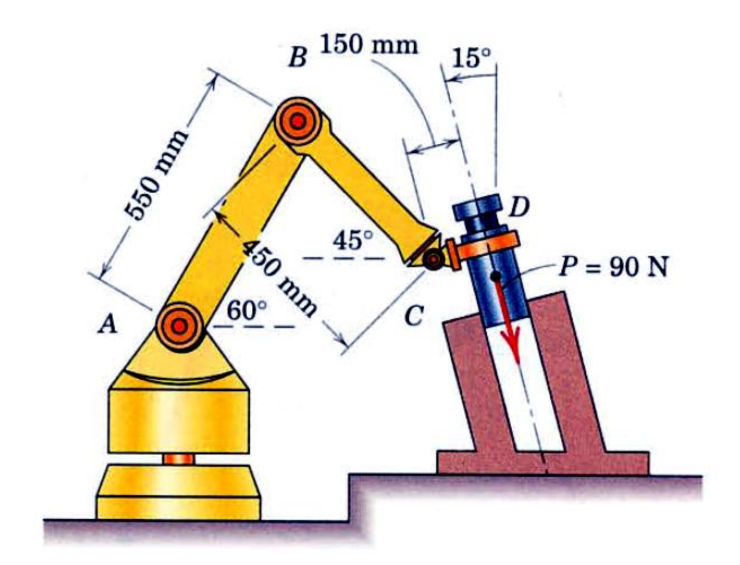
$$\alpha = \tan^{-1}\left[\frac{360 + 340\sin 40^o - 110\sin 50^o}{340\cos 40^o + 110\cos 50^o}\right]$$

$$= 56.2^o$$

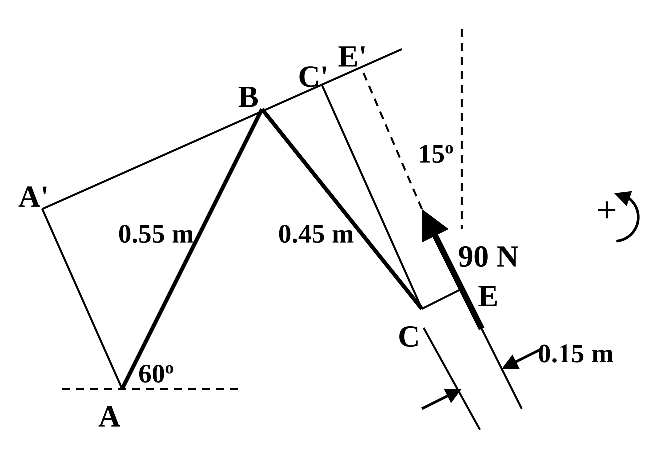
$$M_o = 4.5\,(0.360\ \cos 56.2^o) = 0.902\ \text{kN.m}$$

باتجاه عقارب الساعة

2–47 متطلبات التصميم تتطلب أن يؤثر الرجل الآلي بقوة مقدارها 90 N على الجزء المبين بينما يتم إدخال الجزء الأسطواني في داخل الثقب الدائري. أوجد العزم حول النقاط A و B و C للقوة التي يسلطها الجزء على الرجل الآلي.



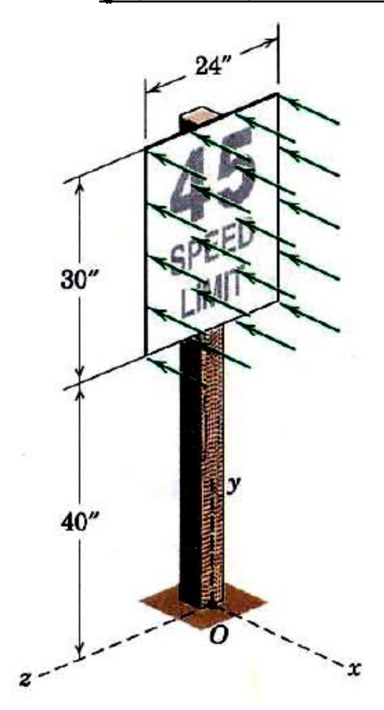
الحل:



$$M_C = F(\overline{CE}) = 90(0.15) = \underline{13.5\ \text{N.m}}$$

$$M_B = F(\overline{BE'})$$
$$= 90(0.15 + 0.45 \sin 30^o)$$
$$= \underline{33.8\ \text{N.m}}$$

$$M_A = F(\overline{A'E'})$$
$$= 90(0.15 + 0.45 \sin 30^o + 0.55 \sin 45^o)$$
$$= \underline{68.8\ \text{N.m}}$$



2–48 نتيجة لهبوب الريح باتجاه عمودي على الصفيحة المستطيلة للإشارة المرورية، سيتولد ضغط منتظم مقداره $3.5\ \text{lb/ft}^2$ ويؤثر بالاتجاه المبين في الشكل. أوجد العزم الناتج عن هذه القوة حول النقطة O . عبر عن العزم الناتج بدلالة المتجهات مستخدماً الاحداثيات المبينة في الشكل.

الحل:

$$F = P \bullet A = 3.5 \times \frac{30 \times 24}{144}$$

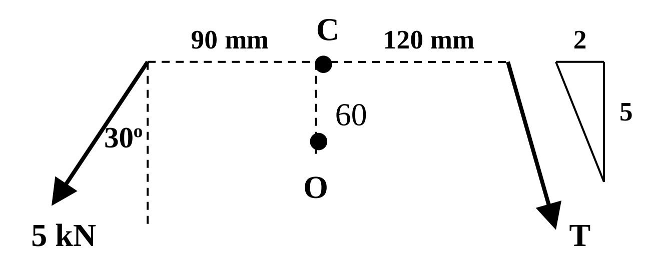
$$= 17.5\ \text{lb}$$

$$\overline{M_O} = \bar{r} \times \bar{F} = \frac{55}{12}\bar{j} \times (-17.5\,\bar{i})$$

$$= \underline{80.2\ \bar{k}\ \text{lb - ft}}$$

F
15"
40"
y
x

2–49 تسند قوتين القطعة الميكانيكية لقمة السارية المبينة في الشكل، اوجد قيمة الشد T التي ستؤدي إلى عدم انحناء السارية (العزم سيكون صفراً) عند النقطة O.



الحل:

$$Mo = 5[\cos 30^\circ)90 + (\sin\ 30^\circ)60] - T\left[\frac{5}{\sqrt{29}}(120) + \frac{2}{\sqrt{29}}(60)\right] = 0$$

$$= 539.7\ -133.9T\ = 0\ ,\ \Rightarrow\ T = \underline{4.04\ kN}$$

2−50 يستند الذراع الهزاز BD لمحرك سيارة بعمود غير قابل للدوران عند النقطة C . اذا كان التصميم معد لتسلط قوة مقدارها 80 lb بواسطة ذراع الدفع AB على الذراع الهزاز، أوجد القوة التي سيسلطها جذع الصمام DE عند D حتى يكون العزم الكلي حول النقطة C يساوي صفراً.

أحسب محصلة هاتين القوتين المؤثرتين على الذراع الهزاز.

ملاحظة: ان النقاط B و C و D تقع على خط أفقي وأن كلا من ذراع الدفع وجذع الصمام سيؤثران بقوة على طول محورهما.

